

TEXTO DEL ESTUDIANTE

# MATEMÁTICA 3°·4°

medio



Gladys Osorio Railef

Patricio Norambuena Morales

María Patricia Romante Flores

Daniela Gaete Pino

Juan Díaz Vergara

Jocelyn Celedón Montiel

Katherine Morales Valderrama

Natalia Ortiz Solís

Patricia Ramírez Fuenzalida

Robbie Barrera Yáñez

Yasna Hurtado Lobos



EDICIÓN ESPECIAL PARA EL MINISTERIO DE EDUCACIÓN. PROHIBIDA SU COMERCIALIZACIÓN.



TEXTO DEL ESTUDIANTE

# MATEMÁTICA 3° · 4° medio

**Robbie Barrera Yáñez**

Licenciado en Educación de Física y Matemática  
Profesor de Estado en Física y Matemática

**María Patricia Romante Flores**

Licenciada en Educación de Física y Matemática  
Profesora de Estado en Física y Matemática

**Patricio Norambuena Morales**

Licenciado en Educación Matemática y  
Computación

**Gladys Osorio Railef**

Licenciada en Educación de Física y Matemática  
Profesora de Estado en Física y Matemática

**Katherine Morales Valderrama**

Licenciada en Educación Matemática  
y Computación

**Juan Díaz Vergara**

Licenciado en Educación de Física y Matemática  
Profesor de Estado en Física y Matemática

**Natalia Ortiz Solís**

Licenciada en Educación Matemática  
y Computación  
Profesora de Estado en Matemática  
y Computación

**Daniela Gaete Pino**

Licenciada en Educación de Física y Matemática  
Profesora de Estado en Física y Matemática

**Patricia Ramírez Fuenzalida**

Licenciada en Educación de Física y Matemática  
Profesora de Estado en Física y Matemática

**Yasna Hurtado Lobos**

Licenciada en Educación de Física y Matemática  
Profesora de Estado en Física y Matemática

**Jocelyn Celedón Montiel**

Profesora de Estado de Matemática  
y Computación



En el desarrollo del Texto del estudiante de Matemática 3° y 4° medio SM, participó el siguiente equipo:

**Dirección editorial**

Arlette Sandoval Espinoza

**Coordinación área Matemática**

Carla Frigerio Cortés

**Edición**

Gladys Osorio Railef  
María Patricia Romante Flores  
Patricio Norambuena Morales

**Ayudante de edición**

Lisset Donoso Vera

**Autoría**

Gladys Osorio Railef  
Patricio Norambuena Morales  
María Patricia Romante Flores  
Daniela Gaete Pino  
Juan Díaz Vergara  
Jocelyn Celedón Montiel  
Katherine Morales Valderrama  
Natalia Ortiz Solís  
Patricia Ramírez Fuenzalida  
Robbie Barrera Yáñez  
Yasna Hurtado Lobos

**Consultoría**

Daniela Bravo Valdivia  
Gabriel Soto Ridd  
Katherine Morales Valderrama  
Johanna Camacho González

**Corrección de estilo y prueba**

Víctor Navas Flores

**Desarrollo de solucionario**

Luz Fuentes Acevedo  
Tomás Bralić Muñoz  
David Martín Sotomayor  
Lisset Donoso Vera  
Esteban Fernández Ortega  
Katherine Morales Valderrama  
Paulina González Núñez  
Yaritza Dinamarca

**Dirección de arte y diseño**

Carmen Gloria Robles Sepúlveda

**Coordinación de diseño**

Gabriela de la Fuente Garfias

**Iconografía**

Vinka Guzmán Tacla

**Diseño y diagramación**

Williams Gálvez Baettig

**Fotografías**

Banco de imágenes SM  
Shutterstock  
Wikimedia Commons

**Ilustración**

Sebastián Lizama  
Tomás Reyes Reyes

**Jefatura de planificación**

Andrea Carrasco Zavala

**Gestión de derechos**

María Loreto Ríos Melo

Este texto corresponde al tercer y cuarto año de Educación Media y ha sido elaborado conforme al Decreto Supremo N° 193/2019, del Ministerio de Educación de Chile.

© 2019 – SM S.A. – Coyancura 2283 piso 2 – Providencia

ISBN: 978-956-363-723-6 / Depósito legal: 309650

Tercer año de uso facultativo.

Cantidad de uso autorizada: 177.689

Cantidad de ejemplares impresos: 159.920

Quedan rigurosamente prohibidas, sin la autorización escrita de los titulares del "Copyright", bajo las sanciones establecidas en las leyes, la reproducción total o parcial de esta obra por cualquier medio o procedimiento, comprendidos la reprografía y el tratamiento informático, y la distribución en ejemplares de ella mediante alquiler o préstamo público.

En este libro se utilizan de manera inclusiva términos como "los niños", "los padres", "los hijos", "los apoderados", "profesores" y otros que refieren a hombres y mujeres.

De acuerdo con la norma de la Real Academia Española, el uso del masculino se basa en su condición de término genérico, no marcado en la oposición masculino/femenino; por ello se emplea el masculino para aludir conjuntamente a ambos sexos, con independencia del número de individuos de cada sexo que formen parte del conjunto. Este uso evita además la saturación gráfica de otras fórmulas, que puede dificultar la comprensión de lectura y limitar la fluidez de lo expresado.

En este texto se utilizaron las siguientes familias tipográficas: Aspira nar, Unit Slab Pro y JollyGood Proper.



# Presentación

## **Te damos la bienvenida a tu Texto de Matemática**

La matemática es una herramienta fundamental para explicar la mayoría de los avances de nuestra sociedad: es dinámica y creativa, utiliza un lenguaje universal y ha sido desarrollada como medio para aprender a pensar y para resolver problemas.

El texto que tienes en tus manos es un material pensado en ti. Su finalidad es que sigas desarrollando tu capacidad de análisis y estudio para facilitar tu tránsito al mundo laboral y profesional, y que desde allí contribuyas a la comunidad local, nacional y global.

### **¿Qué aprenderás?**

Conocerás el uso de la matemática en diversas situaciones que te permitirán desarrollar y aplicar tus habilidades de argumentar y comunicar, modelar, resolver problemas y representar, además de potenciar tus habilidades tecnológicas.

### **¿Para qué aprenderás?**

Para aplicar los conceptos adquiridos, procedimientos y habilidades en la resolución de problemas reales en diferentes contextos promoviendo el modelamiento matemático de situaciones para tomar decisiones fundamentadas.

### **¿Cómo aprenderás?**

A partir de actividades individuales y colaborativas que integran tus habilidades, conocimientos y actitudes, mediante el uso de herramientas digitales (*softwares*, aplicaciones, graficadores, simuladores, entre otros) y en entornos virtuales, como las redes sociales.

A partir de proyectos que promueven el trabajo colaborativo y que permiten profundizar y desarrollar el conocimiento, razonamiento y pensamiento matemático, fortaleciendo así la creatividad, la comunicación y la valoración de opiniones.

# Conoce tu texto

## Inicio de Unidad

Unidad **4**

**GEOMETRÍA CON COORDENADAS**

Geometría

Observa la imagen. Luego, comenta la respuesta con tu curso.

ALMA es el observatorio con el radiotelescopio más grande del mundo, conformado por 64 antenas, que se ubican en el norte de Chile, en la localidad de Chajante, San Pedro de Atacama, a 5000m sobre el nivel del mar.

- ¿AlMA observa la mejor línea posible de cielo. ¿Por qué crees que estas antenas están a la mayor distancia entre ellas?
- ¿Cómo crees que se puede alinear las estrellas en el cielo?, ¿cuál observatorio lo hace al punto (0, 0) en el cielo nocturno?
- Supongamos que estamos sobre un plano cartesiano y que cada antena representa un punto de él. ¿Dónde te situarías para determinar la distancia que existe entre una de ellas y 10? ¿Cuál información sería de utilidad para determinarla?

En esta unidad estudiarás y aprenderás acerca de:

- Resolución de problemas con nociones en el plano cartesiano.
- Resolución de problemas con ecuaciones en el plano cartesiano.



## Evaluación diagnóstica

**Activo lo que sé**

Realiza las siguientes actividades para activar tus conocimientos previos sobre la Unidad.

- Indica a cuánto equivale cada periodo de tiempo.
 


a. 30 años	b. 18 meses
• En meses	• En días
• En años	• En trimestres
• En trimestres	• En años
- Calcula el porcentaje perdido en cada caso.
 

a. 25% de 24	d. 0,5% de 180
b. 18% de 150	e. 75% de 0,19
c. 230% de 80	f. 0,08% de 0,005
- ¿Cuál está descargando una actualización para su celular. Observa su progreso.



Supongamos que la velocidad de descarga es constante, ¿en cuántos minutos más, aproximadamente, terminará el proceso?

- Verónica depositó \$300000 en la cuenta de ahorros de un banco que le ofrece una tasa de interés compuesto anual de 5%. Si no realiza otros depósitos, ¿cuánto dinero tendrá en la cuenta al cabo de 2 años?
- Marta quiere tomar un préstamo a 1 año de \$1000000. ¿Cuál de los bancos de interés es la más conveniente? ¿por qué? Observa la imagen.



**Reflexión**

- Con respecto a tu desempeño en esta evaluación, ¿cuáles son tus fortalezas y debilidades para comenzar el estudio de esta Unidad?
- ¿Cuál fue la actividad más difícil para tí, ¿y la más fácil?, ¿por qué?

Reflexión

que más le conviene observar la imagen.

b. ¿Cuál de los dos intereses crece más rápido?, ¿cómo lo comprobarías?

**Reflexión**

- Con respecto a tu desempeño en esta evaluación, ¿cuáles son tus fortalezas y debilidades para comenzar el estudio de esta Unidad?
- ¿Cuál fue la actividad más difícil para tí, ¿y la más fácil?, ¿por qué?

## Desarrollo de Unidad

### Inicio y desarrollo de Lección

**Lección 4**

**Modelamiento de fenómenos con la función logarítmica**


**Función logarítmica**

¿Qué es definir un logaritmo? Ingresa con un ejemplo.

¿Cuáles son las propiedades de los logaritmos que se aplican en casos cotidianos?

**Actividad**

- Lee la siguiente información. Luego, responde:
  - La intensidad del sonido se mide en vatios por metro cuadrado ( $W/m^2$ ). La menor intensidad que puede sentir el oído humano, la más débil de audición, es  $10^{-12} W/m^2$ . A partir de ahí, ¿cuánto es el umbral del dolor en el oído. Para comparar un sonido cualquiera con la menor intensidad audible, se utiliza la siguiente función:  $10x = 10 \log_{10} \left( \frac{I}{I_0} \right)$ , donde  $I$  es el nivel de intensidad sonora medido en decibelios (dB),  $I_0$  es la intensidad del sonido en  $W/m^2$  y  $x$  es el umbral de audición ( $10^{-12} W/m^2$ ).



- Calcula el nivel de intensidad sonora que des delata el central del dólar. Considera que el umbral de audición es  $10^{-12} W/m^2$ .
- Encuentra situaciones de las que asociar con la magnitud y calcula la intensidad de sonido (debe ser una). Observa el ejemplo para respaldarte (p. 65).

**2**

2. Aplica el modelo matemático anterior para conocer el nivel de intensidad sonora (en decibelios) de los siguientes fenómenos.



Concursos:  $10^{-1} W/m^2$  | Biblioteca:  $10^{-1} W/m^2$  | Hospital:  $10^{-1} W/m^2$

3. Representa la función  $f(x) = \log_2 x$ . Para ello, realiza lo pedido.

- Elabora una tabla de valores y grafica la función en el plano cartesiano.
- A partir de la gráfica, responde:
  - ¿Cuál es el dominio y el recorrido de la función?
  - ¿En qué punto la gráfica se interseca con el eje X?
  - ¿La gráfica interseca al eje Y?
  - ¿Cuál ocurre con los valores de la función cuando aumenta el valor de  $x$ ? ¿Es una función creciente o decreciente?

Se define función logarítmica como la función de la forma:  $f(x) = \log_a x$ , con  $a > 0$  y  $a \neq 1$ .

En ella se tiene que:

- El dominio es el conjunto de todos los números reales positivos ( $\mathbb{R}^+$ ).
- El recorrido es el conjunto de todos los números reales ( $\mathbb{R}$ ).
- La gráfica interseca al eje X en el punto  $(1, 0)$  no interseca al eje Y, que actúa como asíntota de la gráfica.

Existen varias notaciones o abreviaturas de la notación que son modeladas mediante una función logarítmica. Por ejemplo: la intensidad del sonido, la magnitud de un astro, la escala del pH, entre otros.

**Lección 4**

**Proyecto** Logaritmos en la astronomía

**¿Qué hacemos?** Determinar la magnitud aparente de algunos objetos celestes.

La magnitud aparente mide el brillo de un objeto celeste tal y como es observado por una persona en la Tierra.

En el siglo XIX se clasificaron los estrellas en primera y segunda magnitud según su brillo. Fue el astrónomo inglés Norman Pogson quien descubrió que una estrella de primera magnitud es 100 veces más brillante que una de sexta magnitud. La expresión que define Pogson para la magnitud aparente de los estrellas está dada por:

$$m_1 - m_2 = -2,5 \log_{10} \left( \frac{I_1}{I_2} \right)$$

Donde  $m$  es la magnitud aparente entre las estrellas y  $I$  es la relación de su brillo.

**Pasos**

**Paso 1:** En parejas, investigan la magnitud de al menos 6 objetos celestes, entre ellos los que se muestran a continuación.



**Paso 2:** Determina cuántas veces más brillante es el Sol que los distintos objetos celestes. Para ello, reemplaza los valores de las magnitudes en la fórmula y deja expresado  $\frac{I_1}{I_2}$ . Luego, concciona una tabla para ordenar la información obtenida.

**Presentamos y concluimos**

**Paso 3:** Usando las redes sociales, presentan de forma creativa los resultados y las conclusiones que obtuvieron a partir del trabajo realizado.

**Para concluir**

- ¿Cómo se define una función logarítmica? Explica con un ejemplo.
- ¿Cómo es la gráfica de una función logarítmica? Describe sus características.
- ¿Cuál fue la actividad que te resultó más fácil de realizar? ¿por qué?
- De lo estudiado en esta tema, ¿qué crees que necesitas reforzar?

Metacognición

Si se sabe que un equipo de sonido de otro, ¿cuál es la diferencia que debes tener para no dañar tus oídos?

¿A qué volumen escuchas música? ¿debes tener para no dañar tus oídos?

representa la función  $f(x) = \log_2 x$  para una tabla de valores.

Cierre de Tema

Usando las conclusiones que obtuvieron a partir del trabajo realizado.

**Para concluir**

- ¿Cómo se define una función logarítmica? Explica con un ejemplo.
- ¿Cómo es la gráfica de una función logarítmica? Describe sus características.
- ¿Cuál fue la actividad que te resultó más fácil de realizar? ¿por qué?
- De lo estudiado en este tema, ¿qué crees que necesitas reforzar?

Unidad 2 • Lección 4

# Cierre de Lección

## Evaluación intermedia

**Antes de continuar**

Realiza las siguientes actividades para que conozcas cómo va tu proceso de aprendizaje. Luego, responde las preguntas de la sección Reflexión.

- ¿Qué oferta escogerías en esta situación? Fundamenta tu respuesta.
- Emilio quiere cambiar en un banco que cobra un 1% de comisión un total de 800 euros en pesos japoneses. En la imagen se muestran los valores de compra y venta.
- Los ingresos de una familia fueron \$870 000 al mes durante el año pasado. ¿Cuál debería ser el ingreso mensual este año para mantener el mismo nivel de vida si el IPC ha subido 2.7% con relación al año pasado?
- Imagina que realizarás un paseo junto a tu familia por uno o dos días a algún lugar (por ejemplo, a la playa, al campo, a un camping, etc.). Realiza una lista de lo que necesitas y el dinero que tienes que gastarlo. Luego, responde.
  - ¿Qué consideras para reparte el dinero entre lo que necesitas comprar? Explica.
  - Observa la lista de lo que comprará. ¿Dónde solo lo necesitas o hay algo que puedes venderlo primero?

**Reflexión**

- Lee las definiciones de conceptos financieros utilizados dentro de la Lección y construye un esquema para reforzar tu aprendizaje.
- ¿Cómo podrías mejorar tu aprendizaje de la lección? Crea un plan y compártelo con un compañero. Evalúa sus sugerencias y coméntalo.

122 Unidad 1 · Lección 1

**Evaluación de estrategias y plan de mejora**

Reflexión

- Lee las definiciones de conceptos y construye un esquema para reforzar tu aprendizaje.
- ¿Cómo podrías mejorar tu aprendizaje de la lección? Crea un plan y compártelo con un compañero. Evalúa sus sugerencias y coméntalo.

Unidad 1 · Lección 1

# Cierre de Unidad

**Síntesis**

Lee atentamente la información y realiza tu pedida.

¿Cuál es un diagrama de pec? ¿Cuál es un diagrama de pec? Conoce también como diagrama de flujo, es un organigrama gráfico que nos muestra la relación de diversas facturas que conforman un proceso o fenómeno, estableciendo ideas y encadenando el proceso principal. Para confeccionar este diagrama, se debe definir el eje central y los sucesos que intervienen e identificar cómo los procesos están interrelacionados entre sí. Observa el diagrama de pec que sintetiza la función exponencial.

**Ahora, hazlo tú**

- Explica el diagrama de pec observado.
- Realiza un diagrama de flujo con la lección de función exponencial.
- En parejas, concuerdan y prueban los diagramas. ¿Cuál organizó, utilizó para crear su unidad? ¿Cuál mejoró y cuáles no, hay entre sus diagramas?

122 Unidad 1

**Repaso**

Realiza las siguientes actividades.

Lección 3: Mediamiento de fenómenos con la función exponencial

- Identifica en cada caso a qué curva corresponden las funciones indicadas.
  - $f(x) = C \cdot a^x$      $g(x) = 0.1^x$      $h(x) = 2 \cdot 3^x$
  - $f(x) = 3^{x+1}$      $g(x) = 0.2^x$      $h(x) = 10^{x-1}$
- Representa la función  $f(x) = 2^{x+1} - 1$  en GeoGebra y realiza lo pedido.
  - Determina el dominio y el recorrido.
  - ¿Cuál es el punto de intersección con el eje de las ordenadas?
  - ¿La función interseca al eje X?
  - Indica si la función es creciente o decreciente.
- La cantidad del medicamento que tomó Sofía (hoy) en el tratamiento sugiere aproximadamente en 70% por cada hora.
  - Determina un modelo de decaimiento exponencial.
  - Calcula el tiempo que tardará el tratamiento sugiere en tener 150 mg de medicamento.
- Gráfica las siguientes funciones logarítmicas en un mismo plano cartesiano.
  - $f(x) = \log_2 x$
  - $g(x) = \log_3 x$
  - $h(x) = \log_4 x$
  - $h(x) = \log_2 x$
- Gráfica la función  $f(x) = \log_2(x - 4)$  en GeoGebra y realiza lo pedido.
  - Determina el dominio y el recorrido.
  - ¿Cuál es el punto de intersección con el eje X, ¿y con el eje Y?
  - Indica si la función es creciente o decreciente.
  - ¿Cuál relación existe entre las funciones exponencial y logarítmica? Explica.

123 Unidad 1

## Evaluación de Unidad

**¿Qué aprendí?**

Lee atentamente la información y realiza lo solicitado.

- Analiza la siguiente información. Luego, responde.
 

Desde abril, 3 compañías de telefonía móvil ofrecen las siguientes ofertas en sus planes:

Compañía A	Compañía B	Compañía C
<b>Plan 13 GB</b> Habla hasta 250 minutos (lo cualquier compañía) <b>\$10 900</b> Precio normal del plan: \$14 900	<b>Plan 9 GB</b> Habla hasta 450 minutos (lo cualquier compañía) <b>\$11 330</b> Precio normal del plan: \$14 900	<b>Plan 15 GB</b> Habla hasta 350 minutos (lo cualquier compañía) <b>\$10 650</b> Precio normal del plan: \$13 900

La tabla siguiente muestra el precio por GB extra durante la oferta en cada una de las compañías.

Compañía	A	B	C
Precio GB	\$838	\$1259	\$710

  - ¿Cuál de las compañías anteriores ofrece el mayor descuento con respecto a los precios normales de sus planes? Explica en porcentaje.
  - ¿Juan quiere contratar un plan que le reduzca el menor precio por minuto. Si quiere utilizar el máximo de minutos y de GB, ¿qué compañía debería escoger? ¿Por qué? Explica qué estrategia utilizó para responder.
  - La compañía A rebaja aún más el precio de su plan, aplicando 10% de descuento al precio de oferta. Si las compañías B y C quieren igualar el precio por GB extra con la compañía A, ¿en qué porcentaje deberían variar el precio por GB extra considerando su propio precio de oferta?
- La foto muestra las compras realizadas por Marcela en enero para un fin de semana de camping con sus amigos.
 

• 4 L de jugo: \$140	• 1 kg de carne: \$15 040
• 2 kg de queso: \$200	• 1 kg de tocino: \$200
• 3 paquetes de fideos: \$900	• 1 kg de pan: \$900
• 1 kg de limones: \$900	• 1 kg de azúcar: \$370
• 1 L de aceite: \$650	• 3 chicharrón: \$290

  - Al comprar por internet, cada producto tiene 3% de descuento, pero el cobro por el despacho de productos es \$3900. ¿Qué tipo de compra le conviene realizar a Marcela?
  - A fines de marzo, Marcela repitió la salida y realizó las mismas compras. ¿Cuánto pagó en el ICE entre los meses de enero y marzo las de \$12.74?
- Pedro está interesado en estudiar fotografía al egresar del colegio y desea comprar su primera cámara. Dos tiendas venden el mismo modelo:
 

Tienda A	Tienda B
<b>¡Impedible!</b> Cámara por todo \$12 990 CAE: 39.2%	<b>¡Solo por esta semana!</b> Cámara por \$13 490 CAE: 39.7%

  - ¿Cuál significa el valor de la CAE en ambas ofertas? Explica.
  - Si Pedro quiere comprar la cámara, ¿en qué tienda le conviene hacerlo para pagar lo menos posible en dinero? Justifica tu respuesta.
- Marcela asiste a una entrevista de trabajo.
 

Después de una entrevista de trabajo, Marcela debe decidir si aceptar o no la oferta de trabajo.

  - Si Marcela acepta el contrato, ¿cuál será su sueldo líquido a fin de mes? Considera un descuento de AFP del 10.6% y FONASA del 7%.
  - Una laptop le ofrece un plan de 120 \$F mensuales (precio \$F considerado: \$28 713). Marcela decide cambiarlo siempre y cuando el sueldo líquido que recibe no disminuya más del 5%. ¿Se cambió de laptop? Explica.
- Clasifica quiere realizar un depósito anual de \$2 000 000. Las opciones que tiene son:
 

Banco Seguridad	Banco Confianza
Interés de 0.7% anual por depósitos anuales.	Interés de 0.7% mensual por depósitos anuales.

  - Al cabo de un año, ¿cuál es la ganancia que obtiene Clasifica al depositar en cada banco?
  - ¿En cuál de ellos le conviene depositar su dinero?, ¿por qué? Argumenta tu respuesta.

**Reflexión**

- ¿Obtuvieron buenos resultados sus planes de mejora propuestos en las evaluaciones anteriores? ¿A qué cree que se debe? Explica.
- ¿Qué criterios utilizaste para tomar decisiones financieras durante la Unidad? ¿Cómo te ayudó esta Unidad a aplicarlos en tu vida cotidiana?
- ¿Qué aprendizajes de la Unidad le ayudaron en la realización del proyecto? Resuma los avances y las metodologías que utilizaste. Corrígelas de ser necesario.

134 Unidad 1

tu respuesta.

**Reflexión**

- ¿Tuvieron buenos resultados tus anteriores? ¿A qué crees que se debe?
- ¿Qué criterios utilizaste para tomar decisiones financieras durante la Unidad? ¿Cómo te ayudó esta Unidad a aplicarlos en tu vida cotidiana?
- ¿Qué aprendizajes de la Unidad te ayudaron en la realización del proyecto? Resuma los avances y las metodologías que utilizaste. Corrígelas de ser necesario.

Reflexión

## Texto del estudiante 3° medio

Presentación.....	3
Conoce tu texto .....	4

### Unidad

## 1

### LA TOMA DE DECISIONES EN SITUACIONES DE INCERTEZA ..... 8

Activo lo que sé .....	10
<b>Lección 1:</b> Toma de decisiones aplicando medidas de dispersión de datos.....	11
Medidas de dispersión.....	11
Comparación de conjuntos de datos .....	15
Antes de continuar .....	19
<b>Lección 2:</b> Toma de decisiones aplicando probabilidades condicionadas.....	20
Probabilidad condicionada.....	20
Probabilidad total .....	24
Antes de continuar .....	27
Síntesis .....	28
Repaso .....	29
¿Qué aprendí?.....	30

### Unidad

## 2

### MODELAMIENTO MATEMÁTICO PARA DESCRIBIR Y PREDECIR .....32

Activo lo que sé .....	34
<b>Lección 3:</b> Modelamiento de fenómenos con la función exponencial.....	35
Función exponencial.....	35
Crecimiento y decrecimiento exponencial.....	40
Antes de continuar .....	43
<b>Lección 4:</b> Modelamiento de fenómenos con la función logarítmica.....	44
Función logarítmica .....	44
Relación entre las funciones exponencial y logarítmica.....	49
Antes de continuar .....	51
Síntesis .....	52
Repaso .....	53
¿Qué aprendí?.....	54

### Unidad

## 3

### RELACIONES MÉTRICAS EN LA CIRCUNFERENCIA ..... 56

Activo lo que sé .....	58
<b>Lección 5:</b> Resolución de problemas con ángulos en la circunferencia.....	59
Ángulos del centro e inscrito en una circunferencia.....	59
Ángulos interiores y exteriores en la circunferencia.....	63
Antes de continuar .....	67
<b>Lección 6:</b> Resolución de problemas con segmentos en la circunferencia.....	68
Cuerdas en la circunferencia.....	68
Secantes y tangentes en la circunferencia.....	71
Antes de continuar .....	75
Síntesis .....	76
Repaso .....	77
¿Qué aprendí?.....	78

### Unidad

## 4

### UN ÚLTIMO PELDAÑO ALGEBRAICO: LOS NÚMEROS COMPLEJOS ..... 80

Activo lo que sé .....	82
<b>Lección 7:</b> El conjunto de los números complejos (C).....	83
Conjuntos de los números complejos.....	83
Representación de números complejos.....	86
Módulo y conjugado de un número complejo.....	88
Antes de continuar .....	91
<b>Lección 8:</b> Resolución de problemas usando la operatoria de números complejos.....	92
Adición y sustracción de números complejos.....	92
Multiplicación de números complejos.....	95
División de números complejos.....	98
Antes de continuar .....	101
Síntesis .....	102
Repaso .....	103
¿Qué aprendí?.....	104

Glosario.....	220
Solucionario.....	222
Rúbricas de actividades .....	235
Bibliografía.....	255

Presentación.....	3
Conoce tu texto .....	4

**Unidad 1 LA TOMA DE DECISIONES EN SITUACIONES FINANCIERAS Y ECONÓMICAS ..... 106**

Activo lo que sé .....	108
<b>Lección 1:</b> Toma de decisiones aplicando porcentajes.....	109
Porcentajes en el comercio.....	109
Presupuestos y planificación.....	113
Remuneraciones y descuentos legales .....	119
Antes de continuar .....	122
<b>Lección 2:</b> Toma de decisiones aplicando tasas de interés compuesto.....	123
Ahorro e inversiones.....	123
Créditos .....	127
Antes de continuar .....	131
<b>Síntesis</b> .....	132
<b>Repaso</b> .....	133
<b>¿Qué aprendí?</b> .....	134

**Unidad 2 MODELAMIENTO MATEMÁTICO PARA DESCRIBIR Y PREDECIR ..... 136**

Activo lo que sé .....	138
<b>Lección 3:</b> Construcción de modelos con la función potencia .....	139
Crecimiento y decrecimiento potencial .....	139
Función potencia de exponente positivo.....	142
Función potencia de exponente negativo .....	145
Antes de continuar .....	148
<b>Lección 4:</b> Construcción de modelos con las funciones seno y coseno.....	149
La circunferencia unitaria.....	149
Funciones seno y coseno .....	152
Amplitud y periodo .....	154
Antes de continuar .....	157
<b>Síntesis</b> .....	158
<b>Repaso</b> .....	159
<b>¿Qué aprendí?</b> .....	160

**Unidad 3 LA TOMA DE DECISIONES EN SITUACIONES DE INCERTEZA ..... 162**

Activo lo que sé .....	164
<b>Lección 5:</b> Toma de decisiones analizando la distribución binomial .....	165
Valor esperado y varianza de una variable aleatoria .....	165
Distribución binomial.....	167
Antes de continuar .....	171
<b>Lección 6:</b> Toma de decisiones analizando la distribución normal.....	172
Variable aleatoria continua .....	172
Distribución normal.....	174
Distribución normal estándar.....	177
Estimación de la media de una población.....	183
Aproximación normal a la binomial .....	185
Antes de continuar .....	187
<b>Síntesis</b> .....	188
<b>Repaso</b> .....	189
<b>¿Qué aprendí?</b> .....	190

**Unidad 4 GEOMETRÍA CON COORDENADAS ..... 192**

Activo lo que sé .....	194
<b>Lección 7:</b> Resolución de problemas con rectas en el plano .....	195
Distancia entre puntos en el plano cartesiano .....	195
Rectas en el plano .....	197
Distancia de un punto a una recta .....	201
Antes de continuar .....	204
<b>Lección 8:</b> Resolución de problemas con circunferencias en el plano cartesiano.....	205
Ecuación de la circunferencia .....	205
Posición relativa a las circunferencias.....	209
Antes de continuar .....	215
<b>Síntesis</b> .....	216
<b>Repaso</b> .....	217
<b>¿Qué aprendí?</b> .....	218

Glosario.....	238
Solucionario.....	240
Rúbricas de actividades .....	252
Bibliografía.....	255



## LA TOMA DE DECISIONES EN SITUACIONES FINANCIERAS Y ECONÓMICAS

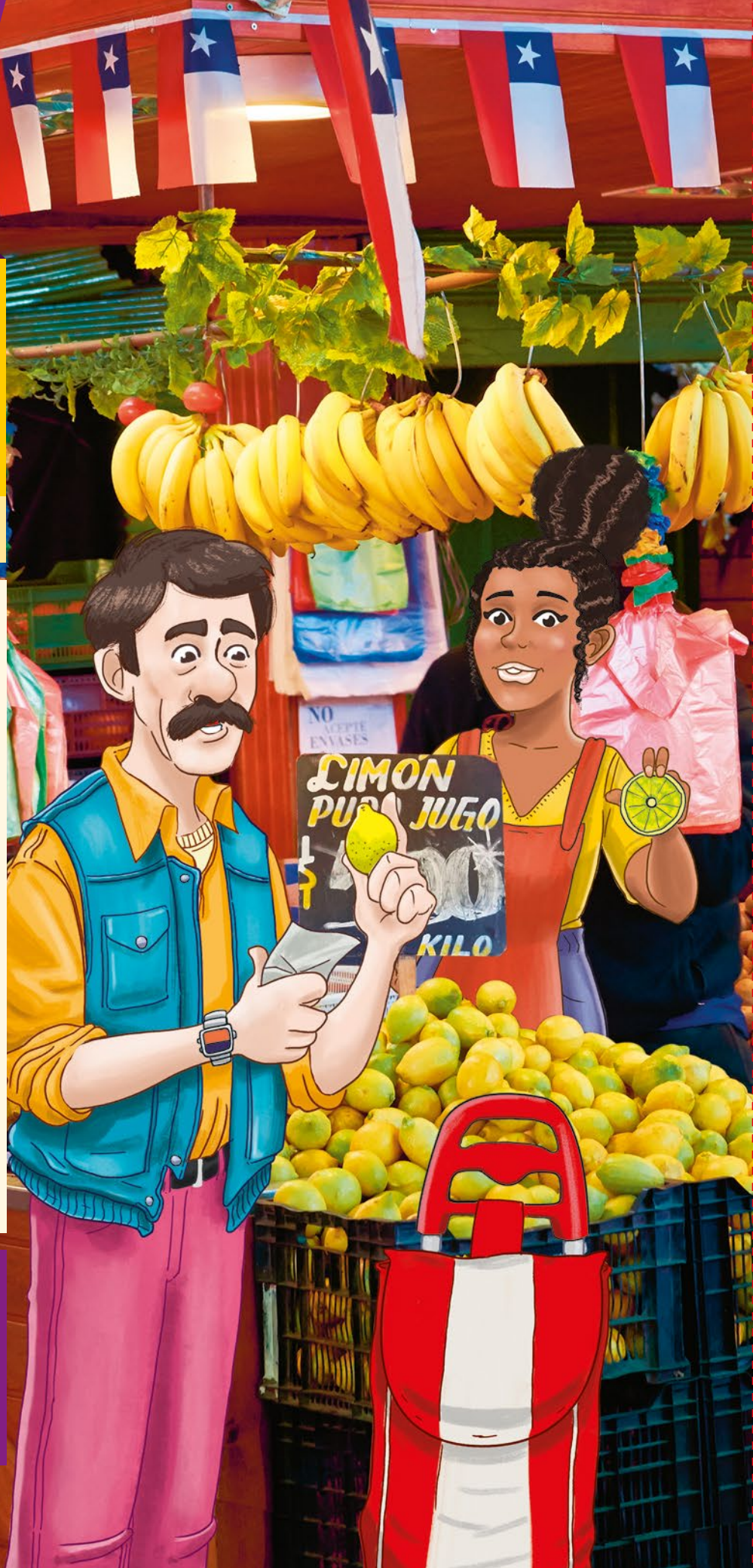
### Números

Observa la imagen. Luego, comenta tu respuesta con tu curso.

1. ¿Qué relación puedes establecer entre la Vega Central y el título de la Unidad?
2. ¿De qué manera la economía está presente en la imagen? Nombra diferentes situaciones.
3. ¿Qué decisiones económicas tomas a diario? Da 3 ejemplos.
4. ¿Por qué es necesario tomar decisiones responsables e informadas en situaciones de consumo? Argumenta.
5. Cuando compras algo en el comercio, ¿cómo pagas?
6. Además del pago en efectivo, ¿qué otros medios de pago conoces que se utilicen en el comercio?

En esta Unidad estudiarás y aprenderás acerca de:

- Toma de decisiones aplicando porcentajes.
- Tasas de decisiones aplicando tasas de interés compuesto.





DULCES JUGOSAS  
\$ 500  
KILO

DULCES OFERTA  
\$ 700

PURO \* JU  
CADA  
\$ 500  
EL KIL

OFERTA  
EN MANZANAS  
PINK LADY  
\$ 300  
EL KILO

Realiza las siguientes actividades para activar tus conocimientos previos sobre la Unidad.

1. Indica a cuánto equivale cada periodo de tiempo.

a. 90 días:

- En meses
- En años
- En trimestres

b. 18 meses:

- En días
- En trimestres
- En años

2. Calcula el porcentaje pedido en cada caso.

a. 25% de 24.

b. 18% de 150.

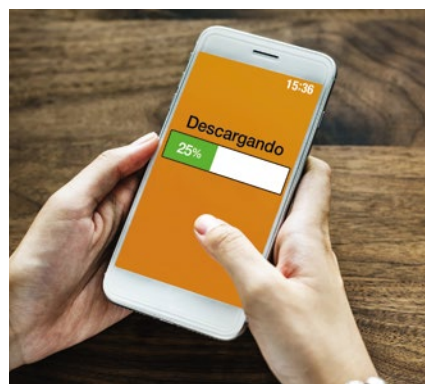
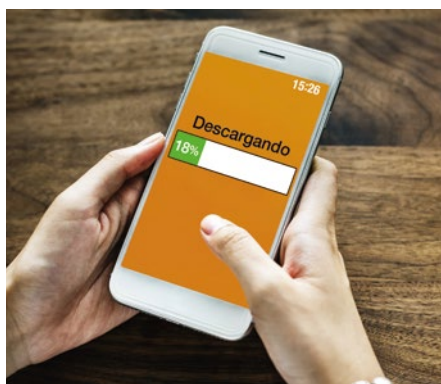
c. 120% de 90.

d. 0,5% de 182.

e. 73% de 0,19.

f. 0,08% de 0,005.

3. Cecilia está descargando una actualización para su celular. Observa su progresión.

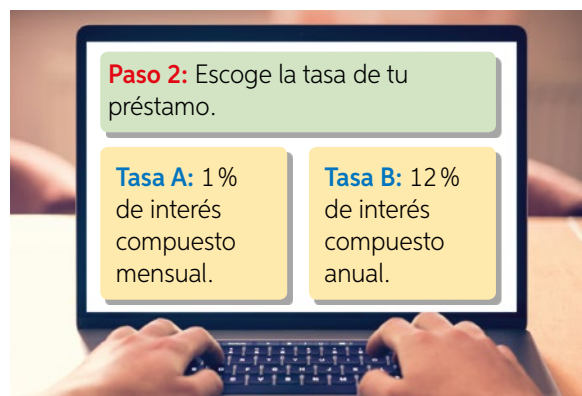


Suponiendo que la velocidad de descarga es constante, ¿en cuántos minutos más, aproximadamente, terminará el proceso?

4. Verónica depositó \$100 000 en la cuenta de ahorro de un banco que le ofreció una tasa de interés compuesto anual de 5%. Si no realiza giros ni depósitos, ¿cuánto dinero tendrá en la cuenta al cabo de 2 años?

5. Martín quiere tomar un préstamo a 3 años de \$3 000 000. ¿Cuál de las tasas de interés es la que más le conviene?, ¿por qué? Observa la imagen.

6. ¿Cuál de los dos intereses crece más rápido?, ¿cómo lo comprobarías?



## Reflexiono

- Explica qué estrategias te resultaron más sencillas para calcular porcentajes. Luego, comparte tu respuesta con tu curso.
- ¿Qué fortalezas y debilidades pudiste observar al rendir esta evaluación? Explica.

## Porcentajes en el comercio

Objetivo: Comparar ofertas del comercio para tomar decisiones.

¿Qué procedimiento utilizas para calcular el porcentaje de una cierta cantidad? Explica y da un ejemplo.

¿En qué situaciones cotidianas del comercio puedes utilizar el interés simple? Describe 2.

1. Observa y analiza la siguiente situación:



- Intuitivamente, ¿qué oferta escogerías? Fundamenta tu respuesta.
- Para conocer qué oferta es más conveniente, analicemos el procedimiento que se realiza para la primera oferta. Observa:
  - Se define una unidad común de comparación, en este caso, el precio por gramo de piña.
  - Luego, se determina la variación porcentual del precio del producto y se calcula el precio por gramo para el precio original y para el precio en oferta. Observa la tabla:

Primera oferta	Precio	Contenido	Precio por gramo
Original	\$1350	200 g	\$6,75 por gramo
Oferta	\$1215	200 g	\$6,075 por gramo

➤ ¿Cómo calculas el 10% de \$1350? Compara tu estrategia con la de tus compañeros.

- Por lo tanto, en la primera oferta, se obtiene un precio de \$6,075 por cada gramo de piña.
- ¿Cuál es el precio por gramo de la segunda oferta? Utiliza el procedimiento anterior para contestar.
  - A partir de los resultados anteriores, ¿qué oferta conviene escoger?

Aplicar porcentajes en el comercio te servirá para:

- Decidir qué conviene más de una gama de productos.
- Saber cuánto estás gastando o ahorrando al escoger un producto.
- Calcular los descuentos reales de los productos que se ofrecen en el comercio.
- Tener un mejor control de las finanzas.

- ¿Qué situación cotidiana recuerdas en la que hayas utilizado porcentajes para decidir? Descríbela.
- Si necesitas comprar un producto, ¿qué aspectos considerarías para asegurar que la compra que realizarás es la más conveniente?

2. Observa las ofertas. Luego, responde.



¿Qué oferta escogerías para comprar 4 yogures si el precio de cada yogur es \$280?, ¿por qué? Comenta tu respuesta con tus compañeros.

3. Evalúa las afirmaciones de Pedro y Fabiola a partir de lo siguiente: "El precio de un producto aumenta 20% y luego, por una oferta, disminuye 20%."



¿Quién tiene la razón? Fundamenta tu respuesta.

- Para un porcentaje  $x$ , ¿qué valor hace la expresión  $(1 + x)(1 - x)$  mayor a 1?