

## Actividad 3: Utilizar la correlación muestral en contextos de ciencias sociales

### PROPÓSITO

Los estudiantes comprenden cómo dos variables pueden estar relacionadas en contextos reales, y se introduce conceptos y herramientas como correlación y el modelo de regresión lineal. Usan herramientas tecnológicas para obtener la representación gráfica de nubes de puntos y la recta de regresión lineal.

### Objetivos de Aprendizaje

**OA 2.** Resolver problemas que involucren los conceptos de media muestral, desviación estándar, varianza, coeficiente de variación y correlación muestral entre dos variables, tanto de forma manuscrita como haciendo uso de herramientas tecnológicas digitales.

**OA b.** Resolver problemas que impliquen variar algunos parámetros en el modelo utilizado y observar cómo eso influye en los resultados obtenidos.

**OA d.** Argumentar, utilizando lenguaje simbólico y diferentes representaciones para justificar la veracidad o falsedad de una conjetura, y evaluar el alcance y los límites de los argumentos utilizados.

**OA i.** Buscar, seleccionar, manejar y producir información matemática/cuantitativa confiable a través de la web.

### Actitudes

- Interesarse por las posibilidades que ofrece la tecnología para el desarrollo intelectual, personal y social del individuo
- Pensar con perseverancia y proactividad para encontrar soluciones innovadoras a los problemas.

**Duración:** 12 horas pedagógicas.

## DESARROLLO

### ¿QUÉ ENTENDEMOS POR ÍNDICE DE CAPITAL HUMANO?

El Proyecto de Capital Humano es un esfuerzo mundial para acelerar el aumento y la mejora de las inversiones en las personas, a fin de lograr más equidad y un crecimiento económico mayor.

De ese proyecto nace el Índice de Capital Humano, que permite cuantificar cuánto contribuyen la salud y la educación a la productividad y los niveles de ingresos de la próxima generación. El índice está diseñado para resaltar cómo las mejoras en los resultados actuales de salud y educación dan forma a la productividad de la próxima generación de trabajadores, asumiendo las oportunidades educativas y los riesgos para la salud que experimentarían los niños que nacen hoy hasta los próximos 18 años. Se cuantifica con un valor entre 0 y 1, donde 0 refleja que los niños mueren antes de comenzar el colegio y 1, que todos los niños están recibiendo un comienzo perfecto en los aspectos de educación y salud

en su vida. Los países pueden usar el índice para determinar el monto del ingreso cesante por causa de las brechas de capital humano, y con cuánta rapidez pueden convertir estas pérdidas en ganancias si actúan ahora.

El recurso “Tabla\_PIB\_ICH.xlsx” muestra los resultados del PIB per cápita, PPA (dólares \$ a precios internacionales constantes de 2011) y el Índice de Capital Humano de 93 países, como se muestra en la imagen. Esta hoja de cálculo se puede descargar desde:

Conexión interdisciplinaria:  
**Educación Ciudadana**  
OA a, b, 3° y 4° medio

[https://www.curriculumnacional.cl/link/https://www.dropbox.com/s/n7qvb60jw1raims/Tabla\\_PIB\\_I CH.xlsx?dl=0](https://www.curriculumnacional.cl/link/https://www.dropbox.com/s/n7qvb60jw1raims/Tabla_PIB_I CH.xlsx?dl=0)

Nombre País	Código Nombre País	PIB per cápita, PPA (\$ a precios internacionales constantes de 2011)	Índice de Capital Humano	Continente
Albania	ALB	11802,0626	0,6213	EUROPA
Emiratos Árabes Unidos	ARE	67293,4828	0,6588	ASIA
Argentina	ARG	18932,1665	0,6105	AMÉRICA
Armenia	ARM	8787,5799	0,5717	EUROPA
Australia	AUS	44643,3978	0,8027	OCEANÍA
Austria	AUT	45493,0453	0,7928	EUROPA
Azerbaiyán	AZE	15860,9214	0,5968	EUROPA
Bélgica	BEL	42742,0176	0,7569	EUROPA
Bulgaria	BGR	18606,2200	0,6759	EUROPA
Bahrein	BHR	43363,6858	0,6682	ASIA
Bosnia y Herzegovina	BIH	11731,4806	0,6183	EUROPA
Brasil	BRA	14137,0847	0,5596	AMÉRICA
Canadá	CAN	44017,5909	0,7988	AMÉRICA
Suiza	CHE	58004,4309	0,7675	EUROPA
Chile	CHL	22767,0372	0,6744	AMÉRICA
China	CHN	15308,7121	0,6732	ASIA
Colombia	COL	13182,6308	0,5935	AMÉRICA
Costa Rica	CRI	15551,7105	0,6190	AMÉRICA
Chipre	CYP	33047,5458	0,7513	ASIA
República Checa	CZE	32570,7812	0,7816	EUROPA
Alemania	DEU	45446,1799	0,7949	EUROPA
Dinamarca	DNK	47269,6913	0,7743	EUROPA
Argelia	DZA	13900,1581	0,5231	ÁFRICA
Ecuador	ECU	10554,6342	0,6024	AMÉRICA
España	ESP	34269,1640	0,7429	EUROPA
Estonia	EST	29916,3569	0,7474	EUROPA

Nombre País	Código Nombre País	PIB per cápita, PPA (\$ a precios internacionales constantes de 2011)	Índice de Capital Humano	Continente
Finlandia	FIN	41018,0502	0,8144	EUROPA
Francia	FRA	38807,6937	0,7645	EUROPA
Reino Unido	GBR	39883,8207	0,7808	EUROPA
Georgia	GEO	9702,4279	0,6136	EUROPA
Grecia	GRC	24604,2996	0,6805	EUROPA
Hong Kong, Región Administrativa Especial	HKG	56054,9198	0,8224	ASIA
Croacia	HRV	22834,9417	0,7228	EUROPA
Hungría	HUN	26860,5733	0,7034	EUROPA
Indonesia	IDN	11188,6924	0,5350	ASIA
Irlanda	IRL	66549,9829	0,8063	EUROPA
Irán, República Islámica del	IRN	18982,9413	0,5905	ASIA
Islandia	ISL	47574,7599	0,7402	EUROPA
Israel	ISR	33220,4496	0,7629	ASIA
Italia	ITA	35343,3590	0,7688	EUROPA
Jamaica	JAM	8240,0833	0,5441	AMÉRICA
Jordania	JOR	8337,4897	0,5617	ASIA
Japón	JPN	39010,6490	0,8442	ASIA
Kazajstán	KAZ	24078,5452	0,7461	ASIA
Kenia	KEN	2992,5922	0,5177	ÁFRICA
Kirguistán	KGZ	3395,2803	0,5798	ASIA
República de Corea	KOR	35938,3742	0,8449	ASIA
Kuwait	KWT	65530,5366	0,5761	ASIA
Líbano	LBN	13191,1409	0,5379	ASIA
Sri Lanka	LKA	11691,2852	0,5839	ASIA
Lituania	LTU	29603,8770	0,7119	EUROPA
Letonia	LVA	25029,7926	0,7239	EUROPA
República de Moldavia	MDA	5190,7818	0,5801	EUROPA
México	MEX	17330,7320	0,6072	AMÉRICA
Macedonia del Norte	MKD	13132,1936	0,5338	EUROPA
Malta	MLT	36294,3776	0,7014	EUROPA
Montenegro	MNE	16467,2937	0,6152	EUROPA
Mongolia	MNG	11766,9543	0,6260	ASIA
Mauricio	MUS	20320,3703	0,6258	ÁFRICA
Malasia	MYS	26824,0850	0,6223	ASIA

Nombre País	Código Nombre País	PIB per cápita, PPA (\$ a precios internacionales constantes de 2011)	Índice de Capital Humano	Continente
Nicaragua	NIC	5321,4435	0,5308	AMÉRICA
Países Bajos	NLD	48789,1357	0,7997	EUROPA
Noruega	NOR	64965,3860	0,7710	EUROPA
Nueva Zelandia	NZL	36012,5670	0,7673	OCEANÍA
Omán	OMN	37567,4988	0,6224	ASIA
Panamá	PAN	22287,9591	0,5320	AMÉRICA
Perú	PER	12236,8013	0,5856	AMÉRICA
Filipinas	PHL	7599,1881	0,5481	ASIA
Polonia	POL	27344,0947	0,7471	EUROPA
Portugal	PRT	28034,6262	0,7763	EUROPA
Paraguay	PRY	11915,5864	0,5327	AMÉRICA
Ribera Occidental y Gaza	PSE	4449,8983	0,5542	ASIA
Rumania	ROU	23504,6551	0,6012	EUROPA
Federación de Rusia	RUS	24790,3661	0,7286	ASIA
Arabia Saudita	SAU	48985,5538	0,5849	ASIA
El Salvador	SLV	7292,4578	0,5012	AMÉRICA
Serbia	SRB	14051,6732	0,7554	EUROPA
República Eslovaca	SVK	30132,9205	0,6936	EUROPA
Eslovenia	SVN	31406,3101	0,7876	EUROPA
Suecia	SWE	46681,1715	0,8003	EUROPA
Seychelles	SYC	26656,9525	0,6776	ÁFRICA
Tailandia	THA	16279,2229	0,6039	ASIA
Tayikistán	TJK	2910,2127	0,5327	ASIA
Tonga	TON	5425,6206	0,5123	OCEANÍA
Trinidad y Tobago	TTO	28763,0708	0,6129	AMÉRICA
Túnez	TUN	10849,2974	0,5077	ÁFRICA
Turquía	TUR	25134,6144	0,6255	ASIA
Tuvalu	TUV	3575,1038	0,5538	OCEANÍA
Ucrania	UKR	7906,5403	0,6468	EUROPA
Uruguay	URY	20551,4094	0,6003	AMÉRICA
Estados Unidos	USA	54470,7998	0,7623	AMÉRICA
Vietnam	VNM	6171,8842	0,6659	ASIA
Kosovo	XKX	9779,8581	0,5598	EUROPA

## ¿QUÉ RELACIÓN EXISTE ENTRE EL PIB Y EL ÍNDICE DE CAPITAL HUMANO?

1. Elabora un informe en un procesador de texto (por ejemplo, Microsoft Word). Considera y enriquece el contexto con la información que se pide, incluye la tabla, agrega gráficos y responde a las siguientes preguntas o solicitudes.
  - a. Con apoyo tecnológico, investiga y explica qué es el PIB per cápita. Indica la fuente de información.
  - b. Por medio de la herramienta “Hoja de Cálculo” de GeoGebra, construye el gráfico de nube de puntos (herramienta “Análisis de Regresión de dos variables”), considerando como variable independiente el PIB per cápita, PPA (dólares \$ a precios internacionales constantes de 2011) y como variable dependiente el Índice de Capital Humano, considerando a los 93 países. Exporta el gráfico como imagen y agrega al informe.
  - c. Agrega la recta de regresión (“Modelo de regresión lineal”) al gráfico anterior y luego exporta como imagen para agregar al informe. La recta de regresión, en este caso, necesita considerar, como mínimo, 10 cifras decimales para las cifras de la pendiente, por lo cual deben seleccionar “10 cifras decimales” en el menú superior de GeoGebra en “Opciones -> Redondeo”.
2. Interpretando la información gráfica obtenida.
  - a. Según la información gráfica anterior, describe el tipo de relación lineal que hay entre las variables.
  - b. Considerando la ecuación de la recta de regresión obtenida, si el valor del PIB per cápita, PPA (\$ a precios internacionales constantes de 2011) de un país “X” fuera de 72573,4231, ¿cuál sería la estimación del Índice de Capital Humano?
  - c. Considerando la ecuación de la recta de regresión obtenida, si el valor del Índice de Capital Humano de un país “Y” fuera de 0,4992, ¿cuál sería la estimación del Índice de PIB per cápita, PPA (\$ a precios internacionales constantes de 2011)?
  - d. Considerando los datos originales y los gráficos iniciales, obtén la distancia mínima entre la recta y el o los puntos que más se alejan de ella. Explica tu procedimiento.
  - e. Según la información obtenida y entregada, ¿qué decisión debería tomar cada país para mejorar sus índices de capital humano? Explica tu razonamiento.

## EXPLORANDO OTRAS RELACIONES

Realiza las siguientes actividades para enriquecer el informe de la actividad anterior:

1. El propósito es enriquecer el informe que estás elaborando mediante nuevas tablas y gráficos, a partir de las preguntas que se formulan a continuación.
  - a. Considerando los datos en Excel, calcula las distancias entre cada punto y la recta, y luego las diferencias entre los valores de la variable dependiente y la variable independiente evaluada en la recta (valor estimado).
  - b. ¿Qué puedes decir al comparar estos dos valores? Considera los 93 países para los cálculos de distancias y valores estimados.

2. ¿Qué sucede si se considera solo los países de Europa?
  - a. Construye, mediante la “Hoja de Cálculo” de GeoGebra, el gráfico de nube de puntos (herramienta “Análisis de Regresión de dos variables”), considerando como variable independiente el PIB per cápita, PPA (\$ a precios internacionales constantes de 2011) y como variable dependiente el Índice de Capital Humano, incluyendo solo los países de Europa. Exporta el gráfico como imagen y agrégalo al informe. Añade la recta de regresión (“Modelo de regresión Lineal”) a dicho gráfico, exporta como imagen y adjunta al informe.
  - b. Describe el tipo de relación lineal existente entre las variables, a partir de la información gráfica anterior.
3. ¿Qué sucede si se considera solo los países de América?
  - a. Construye, mediante la “Hoja de Cálculo” de GeoGebra, el gráfico de nube de puntos (herramienta “Análisis de Regresión de dos variables”), considerando como variable independiente el PIB per cápita, PPA (\$ a precios internacionales constantes de 2011) y como variable dependiente el Índice de Capital Humano, incluyendo solo los países de América.
  - b. Exporta el gráfico como imagen y agrégalo al informe. Añade la recta de regresión (“Modelo de regresión Lineal”) a dicho gráfico, exporta como imagen y agrega al informe.
  - c. Describe el tipo de relación lineal existente entre las variables, a partir de la información gráfica anterior.
4. En GeoGebra se puede exportar los resultados de regresión a la vista gráfica; por ende, considerando columnas distintas para América, Europa y general, es posible juntar dichos gráficos. En un mismo gráfico, compara las rectas de regresión de los países de Europa, América y la general (considerando a los 93 países). Responde las siguientes preguntas:
  - a. ¿Cuál sería el valor per cápita estimado de Europa, América y el general para un Índice de Capital Humano igual a uno? Explica tu razonamiento.
  - b. ¿Cuál de las tres rectas de regresión tendría un Índice de Capital Humano igual a uno, que registre un PIB per cápita más bajo entre los tres grupos? Explica tu razonamiento.
  - c. ¿Cuáles son los países de América que tienen el mínimo y máximo PIB per cápita respectivamente? ¿Qué sucede en el caso de Europa?
  - d. ¿Cuáles son los países de América que tienen el mínimo y máximo Índice de Capital Humano respectivamente? ¿Qué sucede en el caso de Europa?
5. Considera los modelos de regresión entre Europa y América:
  - a. ¿Qué conclusiones puedes obtener respecto de la distribución de los países de los distintos continentes?
  - b. ¿En qué valores de PIB per cápita e Índice de Capital Humano se igualarían las oportunidades entre los continentes? Explica tu razonamiento.
  - c. ¿En qué rango de valores tendría América una situación más favorable que Europa? Explica tu razonamiento.

## ORIENTACIONES PARA EL DOCENTE

1. Conviene que los estudiantes interactúen entre GeoGebra y la planilla de cálculo. Para traspasar los datos de Excel a GeoGebra, sólo deben copiar los datos desde Excel y pegarlos en la hoja de cálculo de GeoGebra.
2. Se recomienda realizar con los alumnos el modo en que se trabaja en GeoGebra, paso a paso. Por ejemplo, para crear el gráfico, se selecciona las columnas de la variable independiente y dependiente a graficar (PIB per cápita e Índice de Capital Humano), y a continuación se debe hacer clic en la herramienta de GeoGebra ubicada en el menú de cuadrados de la hoja de cálculo “Análisis de Regresión de dos variables”; aquí se despliega un recuadro donde aparecerán los datos a graficar.
3. Si copiaron el encabezado dentro de la columna, se recomienda marcar el ícono de “tuerca” para seleccionar la opción “Encabezado(s) como título(s)”, luego hacer clic en “Analiza” y aparecerá un recuadro con el gráfico de puntos. Para agregar la recta de regresión, sólo hay que hacer clic debajo del título “Modelo de regresión” y seleccionar la opción “Lineal”.
4. Para exportar a la vista gráfica de GeoGebra, se sugiere hacer clic con botón derecho del mouse en la vista de la nube de puntos y seleccionar “copiar en Vista Gráfica”. Si lo que se desea es exportar como imagen el resultado de la regresión, se recomienda seleccionar “Copiar al portapapeles” (esto guardará la imagen directamente y se podrá pegar luego en el procesador de texto) o “Exportar como imagen” (esto creará un archivo de imagen).
5. Cuando solicite describir el tipo de relación lineal existente entre las variables, conviene que lo hagan primero desde el punto de vista gráfico y no por medio del cálculo.
6. Si fuese necesario, se sugiere reforzar que se puede encontrar la distancia mínima entre un punto y una recta mediante la expresión  $d = \frac{|Ax+Bx+C|}{\sqrt{A^2+B^2}}$ ; este valor indica la mayor diferencia entre la estimación de la recta de regresión (valor estimado) y el valor real del punto.
7. Conviene que usen Excel directamente y sus fórmulas incorporadas.
8. Cuando se requiera comparar, por ejemplo, entre Europa, América o en general, se recomienda que alternen entre GeoGebra y Excel según sus potencialidades. Por ejemplo, en GeoGebra se puede exportar los resultados de regresión a la vista gráfica, por lo cual es posible juntar dichos gráficos, considerando columnas distintas para América, Europa y general.
9. Se sugiere los siguientes indicadores para evaluar formativamente los aprendizajes:
  - Interpretan información que involucra la correlación muestral entre dos variables.
  - Resuelven problemas que involucran la correlación muestral entre dos variables.

## RECURSOS Y SITIOS WEB

### *Sitios web sugeridos para estudiantes y profesores*

- Recurso “Tabla\_PIB\_ICH.xlsx” para el desarrollo de la actividad  
[https://www.curriculumnacional.cl/link/https://www.dropbox.com/s/n7qvb60jw1raims/Tabla\\_PIB\\_ICH.xlsx?dl=0](https://www.curriculumnacional.cl/link/https://www.dropbox.com/s/n7qvb60jw1raims/Tabla_PIB_ICH.xlsx?dl=0)
- Proyecto de Capital Humano  
<https://www.curriculumnacional.cl/link/http://www.bancomundial.org/es/publication/human-capital>
- Video: Qué es el PIB Per Cápita y cómo se establece  
[https://www.curriculumnacional.cl/link/https://www.youtube.com/watch?v=FoIS0F11\\_jE](https://www.curriculumnacional.cl/link/https://www.youtube.com/watch?v=FoIS0F11_jE)
- Video: Cómo interpretar el modelo de regresión lineal  
<https://www.curriculumnacional.cl/link/https://www.youtube.com/watch?v=TL3up8LIItE>
- Video: ¿Qué es el Índice de Capital Humano del Banco Mundial?  
[https://www.curriculumnacional.cl/link/https://www.youtube.com/watch?time\\_continue=188&v=nnEidte72ho](https://www.curriculumnacional.cl/link/https://www.youtube.com/watch?time_continue=188&v=nnEidte72ho)
- Video: Cómo interpretar el modelo de regresión lineal  
<https://www.curriculumnacional.cl/link/https://www.youtube.com/watch?v=TL3up8LIItE>