

¿QUÉ ES UNA FUNCIÓN?

Veamos la semana pasada el modelo que los matemáticos utilizan para representar las relaciones entre entidades: las aplicaciones. Muy en especial, las aplicaciones que establecen relaciones entre números son capitales para poder entender nuestras matemáticas y la forma en que son útiles para explicar el mundo. Es importante recordar que, entre otras, las ciencias físicas y químicas estudian los cambios de las magnitudes: la cambiante posición de un móvil a lo largo del tiempo, la variación de temperatura de un cuerpo que se enfría, etc. Todos los cambios se representan en matemáticas a través de las funciones.

por Lolita Brain

¿QUÉ ESTUDIAMOS DE UN FENÓMENO FÍSICO?



AUGUSTIN CAUCHY
(1789-1857)

Cauchy realizó una extraordinaria labor para sistematizar el concepto de función. Pero no es el único.

Lo primero que hemos de tener en cuenta es que la ciencia estudia los fenómenos que cambian, o si se quiere, los cambios que sufren los fenómenos. Aquello que es inmutable se puede definir, pero sin cambio no hay análisis. Sin embargo, los procesos del Universo, de la materia o de la energía que varían, en general con el transcurso del tiempo, son los que preocupan a los científicos. Y para estudiarlos se asignan a cada momento o a cada estado el valor de la magnitud que se estudia.



JOSEPH-LOUIS LAGRANGE
(1736-1813)

Lagrange fue un impulsor de la teoría formalizada de funciones escrita en su 'Mecánica Analítica'.

¿QUÉ ES UNA FUNCIÓN?

Con estas premisas, los matemáticos han construido la idea de función. Este concepto se fue gestando a lo largo de la historia, con la participación de muchos matemáticos y va desde un uso más o menos intuitivo —pero útil— hasta la generalización de la que hoy hace gala.

Con brevedad, una función está constituida por tres objetos:

- Un conjunto de partida llamado **dominio (D)**
- Un conjunto de llegada llamado **imagen (I)**
- Una **regla (f)** que asigna, a cada elemento del dominio, uno y sólo un elemento del conjunto de imagen.

$$f: D \longrightarrow I$$

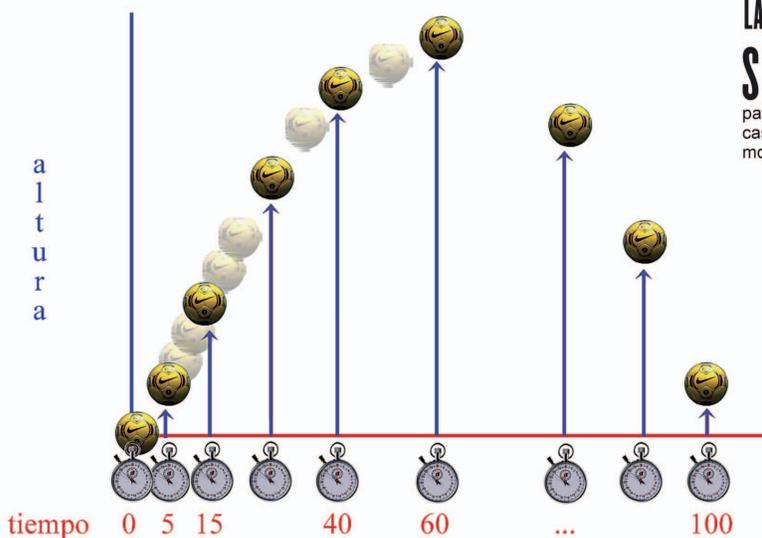
$$x \longrightarrow 2x + 1$$

La imagen del elemento x \longrightarrow $f(x) = 2x + 1$ \longleftarrow su doble más 1
 se calcula como

UN EJEMPLO MECÁNICO

Cuando un portero de fútbol saca de puerta, el balón asciende hasta una determinada altura y luego comienza a caer. Podemos asignar, a cada instante en el que el balón está volando, la altura a la que se encuentra. Esto es una función en la que:

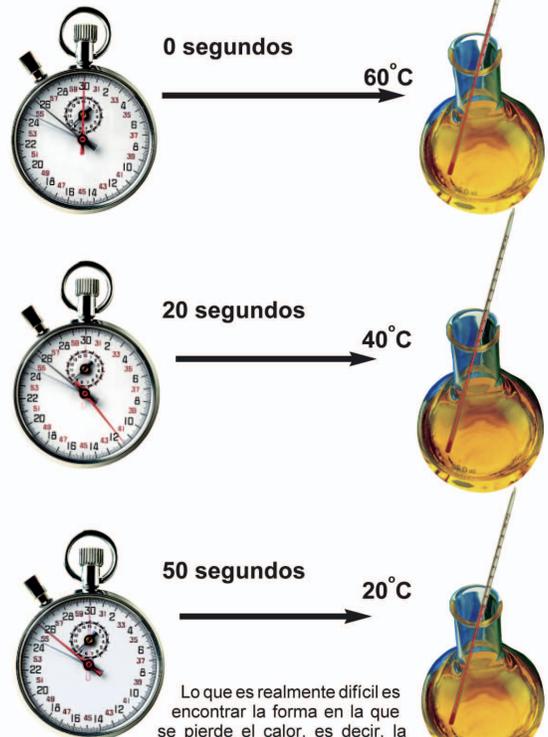
- El dominio son los segundos que hay en el intervalo de tiempo que tarda el balón en caer al suelo.
- La imagen sería el conjunto de alturas, medidas desde el suelo, a las que se encuentra el balón sucesivamente en su desplazamiento.
- La regla que asocia tiempos (segundos) a alturas (metros) es la altura a la que se halla en cada instante el balón.



UN EJEMPLO CALÓRICO

Disponemos de un litro de agua calentado a una cierta temperatura, pongamos 60°C. Conforme pasa el tiempo, el agua irá perdiendo calor y su temperatura descenderá progresivamente hasta estabilizarse en un valor, supongamos que 20°C al cabo de 50 segundos. A cada instante de tiempo que consideremos oportuno podemos asignarle la temperatura que tiene el agua en dicho momento. En este ejemplo:

- El dominio son los 50 segundos en los que transcurre el fenómeno.
- La imagen es el conjunto de temperaturas observadas entre 60°C y 20°C.
- La regla es "la temperatura del agua en cada instante".



Lo que es realmente difícil es encontrar la forma en la que se pierde el calor, es decir, la expresión de la *regla* que nos permite poder saber cómo transcurre el fenómeno. Esta es y ha sido la labor permanente de los físicos.

LA GRÁFICA DE UNA FUNCIÓN

Si pudiéramos tomar una serie de fotografías a alta velocidad del movimiento del balón, obtendríamos lo que se denomina la gráfica de la función. Es la representación en el plano de las distintas parejas (*tiempo, altura*) que dibuja el movimiento del balón. En este caso, esta gráfica es una curva parabólica, motivo por el que solemos decir que el balón "describe una parábola".

