nombre

curso fecha

PAUTA ACTIVIDADES: PROPIEDADES DE LAS POTENCIAS DE BASE RACIONAL

En este material de trabajo se realizarán ejercicios para verificar si las propiedades de las potencias con base natural o entera y exponente natural se cumplen cuando la base es un número racional (fracción o decimal).

1. Multiplicación. Cuando sea necesario, utilice calculadora para encontrar el resultado. Luego, responda las preguntas que se presentan más abajo.

Multiplicación	Escriba como un producto de factores	Escriba como una sola potencia
$\left(\frac{2}{3}\right)^3 \bullet \left(\frac{2}{3}\right)^4$	$\left(\frac{2}{3}\bullet\frac{2}{3}\bullet\frac{2}{3}\right)\bullet\left(\frac{2}{3}\bullet\frac{2}{3}\bullet\frac{2}{3}\bullet\frac{2}{3}\right)=$ $\frac{8}{27}\bullet\frac{16}{81}=\frac{128}{2187}$	$\left(\frac{2}{3}\right)^7=\frac{128}{2187}$
$\left(\frac{3}{5}\right)^2 \bullet \left(\frac{3}{5}\right)^5$	$\left(\frac{3}{5}\bullet\frac{3}{5}\right)\bullet\left(\frac{3}{5}\bullet\frac{3}{5}\bullet\frac{3}{5}\bullet\frac{3}{5}\bullet\frac{3}{5}\right)=$ $\frac{9}{25}\bullet\frac{243}{3125}=\frac{2187}{78125}$	$\left(\frac{3}{5}\right)^7=\frac{2187}{78125}$
$\left(\frac{4}{9}\right)^2 \bullet \left(\frac{4}{9}\right)^3$	$\left(\frac{4}{9}\bullet\frac{4}{9}\right)\bullet\left(\frac{4}{9}\bullet\frac{4}{9}\bullet\frac{4}{9}\right)=$ $\frac{16}{81}\bullet\frac{64}{729}=\frac{1024}{59049}$	$\left(\frac{4}{9}\right)^5=\frac{1024}{59049}$
$(1{,}24)^3 \bullet (1{,}24)^5$	$(1{,}24\bullet1{,}24\bullet1{,}24)\bullet(1{,}24\bullet1{,}24\bullet1{,}24\bullet1{,}24\bullet1{,}24)=$ $1{,}906624\bullet2{,}9311625062=5{,}589506703$	$(1{,}24)^8=5{,}589506703$
$(32{,}3)^2 \bullet (32{,}3)^4$	$(32{,}3\bullet32{,}3)\bullet(32{,}3\bullet32{,}3\bullet32{,}3\bullet32{,}3)=$ $1043{,}29\bullet10884454{,}024=1135573199$	$(32{,}3)^6=1135573199$
$(5{,}6)^4 \bullet (5{,}6)^3$	$(5{,}6\bullet5{,}6\bullet5{,}6\bullet5{,}6)\bullet(5{,}6\bullet5{,}6\bullet5{,}6)=$ $983{,}4496\bullet175{,}616=172709{,}485$	$(5{,}6)^7=172709{,}485$

a) ¿En todos los casos se cumple la propiedad de la multiplicación de potencias de igual base? ¿Por qué?

Sí, en todos los casos se cumple la propiedad, porque al desarrollar (en la segunda columna) las potencias dadas en la primera columna, podemos ver que la base aparece tantas veces como indica el exponente de la tercera columna, el cual corresponde a la suma de los exponentes originales y los resultados son los mismos en las últimas dos columnas.

b) Escriba la propiedad para las potencias con base racional, utilizando lenguaje matemático:

Si $a^n \bullet a^m$*, con a* $\in$ *a los números racionales (fracciones o decimales), entonces*

$$a^n \bullet a^m = a^{(n+m)}$$

2. Analicemos la multiplicación de potencias de igual exponente y distinta base. Luego responda las preguntas.

Multiplicación	Escriba como un producto de factores	Escriba como una sola potencia
$\left(\frac{1}{2}\right)^3 \bullet \left(\frac{2}{3}\right)^3$	$\left(\frac{1}{2} \bullet \frac{1}{2} \bullet \frac{1}{2}\right) \bullet \left(\frac{2}{3} \bullet \frac{2}{3} \bullet \frac{2}{3}\right) =$ $\left(\frac{1}{2} \bullet \frac{2}{3}\right) \bullet \left(\frac{1}{2} \bullet \frac{2}{3}\right) \bullet \left(\frac{1}{2} \bullet \frac{2}{3}\right) =$ $\frac{2}{6} \bullet \frac{2}{6} \bullet \frac{2}{6} = \frac{8}{216} = \frac{1}{27}$	$\left(\frac{2}{6}\right)^3 o \left(\frac{1}{3}\right)^3 =$ $\frac{8}{216} o \frac{1}{27}$
$\left(\frac{4}{5}\right)^2 \bullet \left(\frac{6}{7}\right)^2$	$\left(\frac{4}{5} \bullet \frac{4}{5}\right) \bullet \left(\frac{6}{7} \bullet \frac{6}{7}\right) =$ $\left(\frac{4}{5} \bullet \frac{6}{7}\right) \bullet \left(\frac{4}{5} \bullet \frac{6}{7}\right) =$ $\frac{24}{35} \bullet \frac{24}{35} = \frac{576}{1225}$	$\left(\frac{24}{35}\right)^2 =$ $\frac{576}{1225}$

$\left(\frac{3}{9}\right)^4 \bullet \left(\frac{2}{4}\right)^4$	$\left(\frac{3}{9}\bullet\frac{3}{9}\bullet\frac{3}{9}\bullet\frac{3}{9}\right)\bullet\left(\frac{2}{4}\bullet\frac{2}{4}\bullet\frac{2}{4}\bullet\frac{2}{4}\right)=$ $\left(\frac{3}{9}\bullet\frac{2}{4}\right)\bullet\left(\frac{3}{9}\bullet\frac{2}{4}\right)\bullet\left(\frac{3}{9}\bullet\frac{2}{4}\right)\bullet\left(\frac{3}{9}\bullet\frac{2}{4}\right)=$ $\frac{6}{36}\bullet\frac{6}{36}\bullet\frac{6}{36}\bullet\frac{6}{36}=\frac{1296}{1679616}=\frac{1}{1296}$	$\left(\frac{6}{36}\right)^4 o \left(\frac{1}{6}\right)^4 =$ $\frac{1296}{1679616} o \frac{1}{1296}$
$(3{,}6)^3 \bullet (4{,}72)^3$	$(3{,}6\bullet 3{,}6\bullet 3{,}6)\bullet(4{,}72\bullet 4{,}72\bullet 4{,}72)=$ $(3{,}6\bullet 4{,}72)\bullet(3{,}6\bullet 4{,}72)\bullet(3{,}6\bullet 4{,}72)=$ $16{,}992\bullet 16{,}992\bullet 16{,}992 = 4906{,}067263$	$(16{,}992)^3 =$ 4906,067263
$(1{,}2)^3 \bullet (0{,}23)^3$	$(1{,}2\bullet 1{,}2\bullet 1{,}2)\bullet(0{,}23\bullet 0{,}23\bullet 0{,}23)=$ $(1{,}2\bullet 0{,}23)\bullet(1{,}2\bullet 0{,}23)\bullet(1{,}2\bullet 0{,}23)$ $0{,}276\bullet 0{,}276\bullet 0{,}276 = 0{,}021924576$	$(0{,}276)^3 =$ 0,021924576
$(4{,}5)^5 \bullet (3{,}2)^5$	$(4{,}5\bullet 4{,}5\bullet 4{,}5\bullet 4{,}5\bullet 4{,}5)\bullet(3{,}2\bullet 3{,}2\bullet 3{,}2\bullet 3{,}2\bullet 3{,}2)=$ $(4{,}5\bullet 3{,}2)\bullet(4{,}5\bullet 3{,}2)\bullet(4{,}5\bullet 3{,}2)\bullet(4{,}5\bullet 3{,}2)\bullet(4{,}5\bullet 3{,}2)=$ $14{,}4\bullet 14{,}4\bullet 14{,}4\bullet 14{,}4\bullet 14{,}4 = 619173{,}6422$	$(14{,}4)^5 =$ 619173,6422

a) ¿En todos los casos se cumple la propiedad de la multiplicación de potencias de igual exponente? ¿Por qué?

Sí, en todos los casos se cumple la propiedad, porque en la segunda columna, al desarrollar las potencias dadas en la primera columna, podemos ver que quedan tantas multiplicaciones de las bases como indican sus exponentes (que son iguales), que es la síntesis que aparece en la tercera columna y, además, los resultados de las últimas dos columnas son iguales.

b) Escriba la propiedad para las potencias con base racional, utilizando lenguaje matemático:

Si $a^n \bullet b^n$*, con a y b* $\in$ *a los números racionales (fracciones o decimales), entonces* $a^n \bullet b^n = (a \bullet b)^n$

3. División, recuerde utilizar calculadora para encontrar el resultado final. Cuando complete la tabla responda las preguntas que se presentan más abajo.

División	Escriba como un producto de factores	Escriba como una sola potencia
$\left(\frac{1}{4}\right)^6 \div \left(\frac{1}{4}\right)^3$	$\dfrac{\frac{1}{4}\bullet\frac{1}{4}\bullet\frac{1}{4}\bullet\frac{1}{4}\bullet\frac{1}{4}\bullet\frac{1}{4}}{\frac{1}{4}\bullet\frac{1}{4}\bullet\frac{1}{4}}=\dfrac{\frac{1}{4096}}{\frac{1}{64}}$ $\frac{1}{4096}\bullet\frac{64}{1}=\frac{64}{4096}=\frac{1}{64}$	$\left(\frac{1}{4}\right)^3$
$\left(\frac{2}{3}\right)^8 \div \left(\frac{2}{3}\right)^5$	$\dfrac{\frac{2}{3}\bullet\frac{2}{3}\bullet\frac{2}{3}\bullet\frac{2}{3}\bullet\frac{2}{3}\bullet\frac{2}{3}\bullet\frac{2}{3}\bullet\frac{2}{3}}{\frac{2}{3}\bullet\frac{2}{3}\bullet\frac{2}{3}\bullet\frac{2}{3}\bullet\frac{2}{3}}=\dfrac{\frac{256}{6561}}{\frac{32}{243}}$ $\frac{256}{6561}\bullet\frac{243}{32}=\frac{62208}{209952}=\frac{8}{27}$	$\left(\frac{2}{3}\right)^3$
$\left(\frac{4}{3}\right)^7 \div \left(\frac{4}{3}\right)^3$	$\dfrac{\frac{4}{3}\bullet\frac{4}{3}\bullet\frac{4}{3}\bullet\frac{4}{3}\bullet\frac{4}{3}\bullet\frac{4}{3}\bullet\frac{4}{3}}{\frac{4}{3}\bullet\frac{4}{3}\bullet\frac{4}{3}}=\dfrac{\frac{16384}{2187}}{\frac{64}{27}}$ $\frac{16384}{2187}\bullet\frac{27}{64}=\frac{442368}{139968}=\frac{256}{81}$	$\left(\frac{4}{3}\right)^4$
$(5{,}6)^4 \div (5{,}6)^2$	$\frac{5{,}6\bullet 5{,}6\bullet 5{,}6\bullet 5{,}6}{5{,}6\bullet 5{,}6}=\frac{983{,}4496}{31{,}36}=31{,}36$	$(5{,}6)^2$
$(2{,}4)^6 \div (2{,}4)^4$	$\frac{2{,}4\bullet 2{,}4\bullet 2{,}4\bullet 2{,}4\bullet 2{,}4\bullet 2{,}4}{2{,}4\bullet 2{,}4\bullet 2{,}4\bullet 2{,}4}=\frac{191{,}102976}{33{,}1776}=5{,}76$	$(2{,}4)^2$
$(45{,}7)^5 \div (45{,}7)^2$	$\frac{45{,}7\bullet 45{,}7\bullet 45{,}7\bullet 45{,}7\bullet 45{,}7}{45{,}7\bullet 45{,}7}=\frac{199333824{,}9}{2088{,}49}=95443{,}993$	$(45{,}7)^3$

a) ¿En todos los casos se cumple la propiedad de la división de potencias de igual base? ¿Por qué?

Sí, la propiedad se cumple en todos los casos, porque al desarrollar las divisiones en la segunda columna de acuerdo a sus exponentes, podemos ver que los resultados son iguales a los de la tercera columna, en donde se realiza la síntesis del desarrollo anterior, de modo tal que el exponente corresponde a la resta de los exponentes originales.

b) Escriba la propiedad para las potencias con base racional, utilizando lenguaje matemático:

Si $a^n \div a^m$, $\in$ a los números racionales (fracciones o decimales), entonces $a^n \div a^m = a^{(n-m)}$

4. Veamos el caso de la división de potencias de igual exponente. Conteste las preguntas asociadas a los ejercicios realizados.

División	Escriba como un producto de factores	Escriba como una sola potencia
$\left(\frac{1}{2}\right)^3 \div \left(\frac{2}{3}\right)^3$	$\dfrac{\frac{1}{2} \bullet \frac{1}{2} \bullet \frac{1}{2}}{\frac{2}{3} \bullet \frac{2}{3} \bullet \frac{2}{3}} =$ $\left(\frac{1}{2} \div \frac{2}{3}\right) \bullet \left(\frac{1}{2} \div \frac{2}{3}\right) \bullet \left(\frac{1}{2} \div \frac{2}{3}\right) =$ $\frac{3}{4} \bullet \frac{3}{4} \bullet \frac{3}{4} = \frac{27}{64}$	$\left(\frac{3}{4}\right)^3 = \frac{27}{64}$
$\left(\frac{2}{5}\right)^4 \div \left(\frac{3}{6}\right)^4$	$\dfrac{\frac{2}{5} \bullet \frac{2}{5} \bullet \frac{2}{5} \bullet \frac{2}{5}}{\frac{3}{6} \bullet \frac{3}{6} \bullet \frac{3}{6} \bullet \frac{3}{6}} =$ $\left(\frac{2}{5} \div \frac{3}{6}\right) \bullet \left(\frac{2}{5} \div \frac{3}{6}\right) \bullet \left(\frac{2}{5} \div \frac{3}{6}\right) \bullet \left(\frac{2}{5} \div \frac{3}{6}\right) =$ $\frac{12}{15} \bullet \frac{12}{15} \bullet \frac{12}{15} \bullet \frac{12}{15} = \frac{20736}{50625} = \frac{1296}{625}$	$\left(\frac{12}{15}\right)^4 o \left(\frac{6}{5}\right)^4 =$ $\frac{20736}{50625} o \frac{1296}{625}$

$\left(\frac{3}{4}\right)^2 \div \left(\frac{2}{7}\right)^2$	$\dfrac{\frac{3}{4}\bullet\frac{3}{4}}{\frac{2}{7}\bullet\frac{2}{7}} =$ $\left(\frac{3}{4}\div\frac{2}{7}\right)\bullet\left(\frac{3}{4}\div\frac{2}{7}\right) =$ $\frac{21}{8}\bullet\frac{21}{8} = \frac{441}{64}$	$\left(\frac{21}{8}\right)^2 = \frac{441}{64}$
$(2{,}34)^3 \div (1{,}2)^3$	$\dfrac{2{,}34\bullet 2{,}34\bullet 2{,}34}{1{,}2\bullet 1{,}2\bullet 1{,}2} =$ $(2{,}34\div 1{,}2)\bullet(2{,}34\div 1{,}2)\bullet(2{,}34\div 1{,}2) =$ $1{,}95\bullet 1{,}95\bullet 1{,}95 = 7{,}414875$	$(1{,}95)^3 = 7{,}414875$
$(4{,}3)^5 \div (2{,}45)^5$	$\dfrac{4{,}3\bullet 4{,}3\bullet 4{,}3\bullet 4{,}3\bullet 4{,}3}{2{,}45\bullet 2{,}45\bullet 2{,}45\bullet 2{,}45\bullet 2{,}45} =$ $(4{,}3\div 2{,}45)\bullet(4{,}3\div 2{,}45)\bullet(4{,}3\div 2{,}45)\bullet(4{,}3\div 2{,}45)\bullet(4{,}3\div 2{,}45) =$ $1{,}75\bullet 1{,}75\bullet 1{,}75\bullet 1{,}75\bullet 1{,}75 = 16{,}41308594$	$(1{,}75)^5 =$ $16{,}41308594$
$(3{,}4)^2 \div (1{,}2)^2$	$\dfrac{3{,}4\bullet 3{,}4}{1{,}2\bullet 1{,}2} =$ $(3{,}4\div 1{,}2)\bullet(3{,}4\div 1{,}2) =$ $2{,}83\bullet 2{,}83 = 8{,}0089$	$(2{,}83)^2 =$ $8{,}0089$

a) ¿En todos los casos se cumple la propiedad de la división de potencias de igual exponente? ¿Por qué?

Sí, en todos los casos se cumple la igualdad, porque, si observamos la segunda columna, vemos que, al desarrollar las potencias y dividir, obtenemos la base final tantas veces como indican los exponentes originales y, además, los resultados de las dos últimas columnas son iguales.

b) Escriba la propiedad para las potencias con base racional, utilizando lenguaje matemático:

Si $a^n \div b^n$, con a y b $\in$ a los números racionales (fracciones o decimales), entonces

$$a^n \div b^n = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

5. Potencia de una potencia, recuerde utilizar calculadora para encontrar el resultado final. Luego, responda las preguntas que se presentan más abajo.

Potencia de una potencia	Escriba como un producto de factores	Escriba como una sola potencia
$\left[\left(\frac{2}{3}\right)^2\right]^3$	$\left(\frac{2}{3}\bullet\frac{2}{3}\right)^3=\left(\frac{2}{3}\bullet\frac{2}{3}\right)\bullet\left(\frac{2}{3}\bullet\frac{2}{3}\right)\bullet\left(\frac{2}{3}\bullet\frac{2}{3}\right)=$ $\frac{4}{9}\bullet\frac{4}{9}\bullet\frac{4}{9}=\frac{64}{729}$	$\left(\frac{2}{3}\right)^6=\frac{64}{729}$
$\left[\left(\frac{1}{3}\right)^3\right]^6$	$\left(\frac{1}{3}\bullet\frac{1}{3}\bullet\frac{1}{3}\right)^6=$ $\left(\frac{1}{3}\bullet\frac{1}{3}\bullet\frac{1}{3}\right)\bullet\left(\frac{1}{3}\bullet\frac{1}{3}\bullet\frac{1}{3}\right)\bullet\left(\frac{1}{3}\bullet\frac{1}{3}\bullet\frac{1}{3}\right)\bullet$ $\left(\frac{1}{3}\bullet\frac{1}{3}\bullet\frac{1}{3}\right)\bullet\left(\frac{1}{3}\bullet\frac{1}{3}\bullet\frac{1}{3}\right)\bullet\left(\frac{1}{3}\bullet\frac{1}{3}\bullet\frac{1}{3}\right)=$ $\frac{1}{27}\bullet\frac{1}{27}\bullet\frac{1}{27}\bullet\frac{1}{27}\bullet\frac{1}{27}\bullet\frac{1}{27}=\frac{1}{387420489}$	$\left(\frac{1}{3}\right)^{18}=$ $\frac{1}{387420489}$
$\left[(3{,}5)^3\right]^2$	$(3{,}5\bullet 3{,}5\bullet 3{,}5)^2=$ $(3{,}5\bullet 3{,}5\bullet 3{,}5)\bullet(3{,}5\bullet 3{,}5\bullet 3{,}5)=$ $42{,}875\bullet 42{,}875=1838{,}265625$	$(3{,}5)^6=$ $1838{,}265625$
$\left[(3{,}6)^4\right]^3$	$(3{,}6\bullet 3{,}6\bullet 3{,}6\bullet 3{,}6)^3=$ $(3{,}6\bullet 3{,}6\bullet 3{,}6\bullet 3{,}6)\bullet(3{,}6\bullet 3{,}6\bullet 3{,}6\bullet 3{,}6)\bullet(3{,}6\bullet 3{,}6\bullet 3{,}6\bullet 3{,}6)=$ $167{,}9616\bullet 167{,}9616\bullet 167{,}9616=4738381{,}338$	$(3{,}6)^{12}=$ $4738381{,}338$

a) ¿En todos los casos se cumple la propiedad de la potencia de una potencia? ¿Por qué?

Sí, en todos los casos se cumple la propiedad, porque, al desarrollar las potencias como en la segunda columna, podemos ver que la base aparece tantas veces como indica el exponente de la potencia de la columna final, lo cual corresponde a la multiplicación de los exponentes originales y, además, los resultados de las últimas dos columnas son iguales.

b) Escriba la propiedad para la potencia de una potencia, utilizando lenguaje matemático:

Si $\left[(a)^n\right]^m$*, con a* $\in$ *a los números racionales (fracciones o decimales),* $\left[(a)^n\right]^m = a^{(n \bullet m)}$