2º medio

Aprendo en línea

Orientaciones para el trabajo con el texto escolar

Clase 44

Matemática

Ministerio de Educación
Gobierno de Chile

UNIDAD DE CURRÍCULUM Y EVALUACIÓN UCE

Inicio

El objetivo de esta clase definir las características de una función de segundo grado.

OA4

Para resolver esta guía necesitarás tu libro y tu cuaderno de matemática. Realiza todas las actividades que te proponemos en tu cuaderno, agregando como título el número de la clase que estás desarrollando.

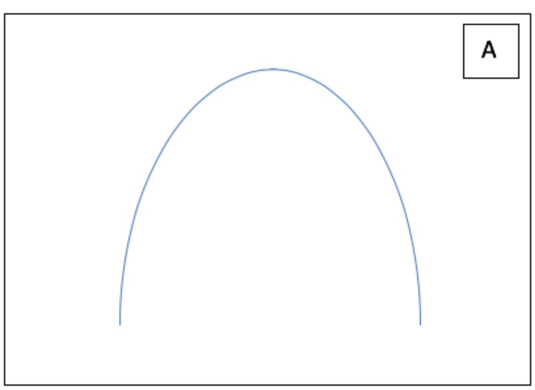
Desarrollo

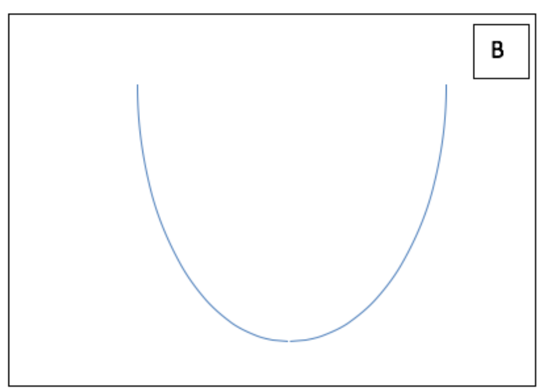
En la clase anterior vimos que existen otros tipos de funciones como las de segundo grado, las que se definen como aquellas de la forma $f(x) = ax^2 + bx + c$, donde a,b y c son números reales y $a \neq 0$. Además vimos que la gráfica de la función cuadrática es una curva en el plano que se llama parábola. Veamos las siguientes imágenes

A

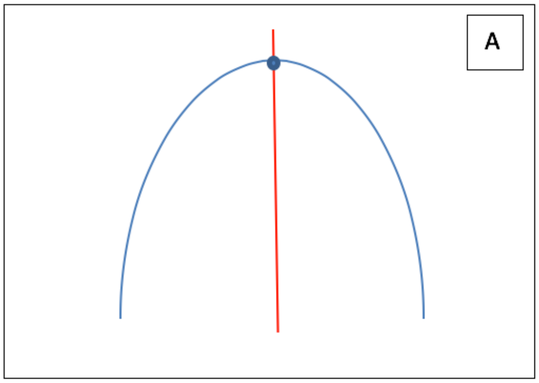
B

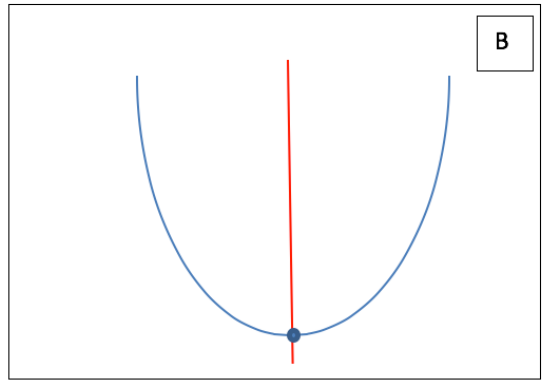
Si nos fijamos en las fotos tenemos la catedral de la ciudad de Chillan y una antena parabólica satelital, en ambos casos podemos ver curvas, pero tenemos una diferencia. Vamos a hacer una proyección de ambas parábolas:





Al ver la proyección de las curvas nos damos cuenta que tienen distinto sentido, es decir, la primera se abre hacia abajo y la segunda se abre hacia arriba, a esta característica de las parábolas lo llamaremos **Concavidad**, en el caso A diremos que tiene concavidad negativa o que es cóncava hacia abajo y el caso B concavidad positiva o cóncava hacia arriba.

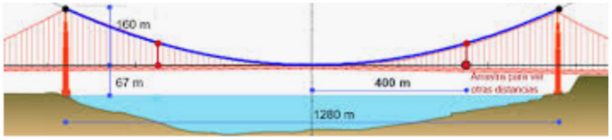




Si en ambos casos trazamos el eje de simetría como se ve en las imágenes, podemos identificar un punto en donde se corta la curva y el eje, a este punto lo llamaremos vértice de la parábola y nos indica donde la curva cambia de crecimiento. En el caso A el v**értice** es el punto más alto en donde la parábola llega y se denomina **máximo**, en el caso b el **vértice** es el punto más bajo y se denomina **mínimo.**

Cabe recalcar que solo en las parábolas convexas o con concavidad hacia abajo (con $a < 0$) tiene un **máximo** y en las cóncavas o con concavidad hacia arriba (con $a > 0$) tiene un **mínimo.**

Actividad 1:
De acuerdo a la información anterior, determine en las siguientes imágenes si dichas parábolas son cóncavas hacia arriba o hacia abajo y además si tiene un mínimo o máximo.



¿Qué relación tiene una función cuadrática con una ecuación de segundo grado?

Los puntos en donde la gráfica de la función cuadrática corta al eje X está dado por las soluciones de una ecuación cuadrática, es decir, en una función de segundo grado podemos igualarla a cero y obtener los valores en donde de las ramas de la parábola intersecta al eje de las abscisas.

Veamos un ejemplo:

Sea $\boldsymbol{f(x) = x^2 – 2x - 3}$ una ecuación cuadrática, si igualamos a cero tenemos:

$\mathbf{x^2 – 2x – 3 = 0}$, podemos factorizar como producto de binomios con término común

$\mathbf{(x – 3)\cdot(x + 1) = 0}$, despejando ambas nos queda

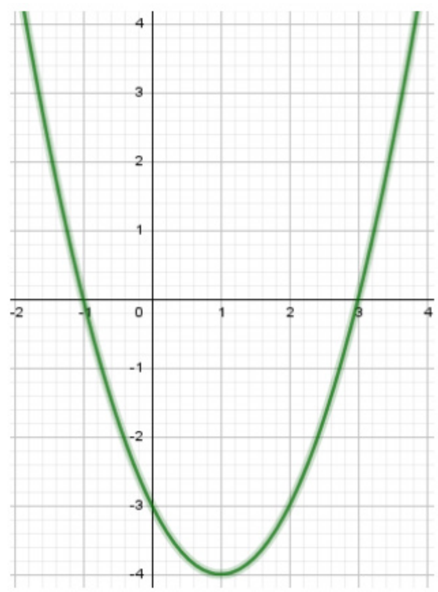
$\mathbf{x_1 – 3 = 0}$ y $\mathbf{x_2 + 1 = 0}$

$\mathbf{x_1 = 3}$ **y** $\mathbf{x_2 = –1}$

Estas soluciones nos indican que en la coordenada (3,0)y (–1,0) las ramas de nuestra parábolas cortan o intersectan al eje X.

Dos soluciones = dos intersecciones
Una solución = una intersección
Ninguna solución = no hay intersección

NOTA: Las soluciones de la ecuación cuadrática nos dan indicios de dónde nuestra parábola corta al eje X. No olvidar que hay ecuaciones en donde podemos encontrar dos soluciones, una solución o ninguna. Esto está dado por el valor del discriminante y asociado a las intersecciones de la parábola con el eje X.



Actividad 2:
Utilice el ejemplo anterior para el desarrollo de la **actividad de proceso** de la página 126 del Texto del Estudiante.

Cierre

Evaluación
Responde las siguientes preguntas, encerrando en un círculo la letra de la alternativa correcta.

1 **Cuando la concavidad de una parábola es negativa, gráficamente se ve:**

a) *Una curva con sus ramas hacia arriba.*
b) *No se ve una curva.*
c) *Una curva con sus ramas hacia abajo.*
d) *Ninguna de las anteriores.*

2 **Si una ecuación cuadrática no tiene soluciones reales, entonces, ¿qué características tiene la gráfica de su respectiva función cuadrática?**

a) *No hay intersecciones con el eje X.*
b) *La parábola corta en un solo punto al eje X.*
c) *La parábola corta en dos puntos al eje X.*
d) *La parábola no tiene concavidad.*

3 **De acuerdo a la siguiente función $f(x) = x^2 - 14x + 49$, ¿cuántas intersecciones tiene su parábola con el eje X?**

a) *Solo una interección.*
b) *Ninguna intersección.*
c) *Dos intersecciones.*
d) *Tres intersección.*

Revisa tus respuestas en el solucionario y luego revisa tu nivel de aprendizaje, ubicando la cantidad de respuestas correctas, en la siguiente tabla:

3 respuestas correctas:	Logrado.
2 respuestas correctas:	Medianamente logrado.
1 respuesta correcta:	Por lograr.

Completa el siguiente cuadro, en tu cuaderno:

Mi aprendizaje de la clase número _______ fue: ___________________________________.

2º medio

Texto escolar

Matemática

Unidad 2

A continuación, puedes utilizar las páginas del texto escolar correspondientes a la clase.

Actividades de proceso

1. Las siguientes construcciones presentan formas parabólicas.

¿Qué características posee cada una de estas **parábolas**?

a. Realiza un bosquejo de la parábola presente en ambas situaciones.

b. Determina si cada parábola es **cóncava** o **convexa**.

A: ____________________ B: ____________________

c. En cada caso, traza el eje de simetría de la parábola y marca el punto de intersección entre el eje de simetría y la parábola. Dicho punto se conoce como **vértice** de la parábola.

d. Luego, determina si el vértice de la parábola es un punto mínimo o máximo según su posición.

En A el vértice es un punto ____________________________ y en B es un punto ____________________________.

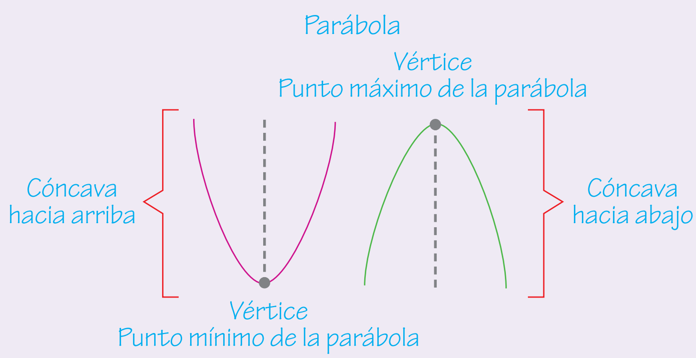
Glosario

Parábola: corresponde a la gráfica de una función cuadrática. Se dice que una parábola es **cóncava** (o también cóncava hacia arriba) si se abre hacia arriba y que es **convexa** (o también cóncava hacia abajo) cuando se abre hacia abajo.

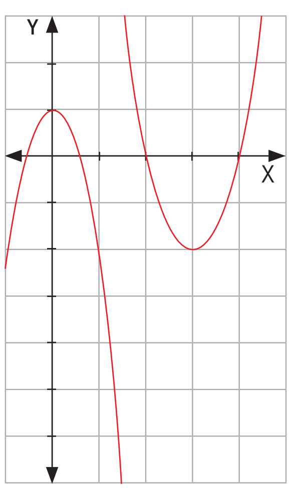
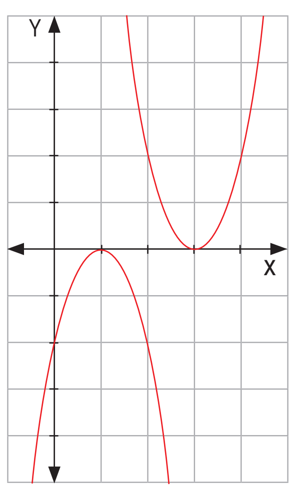
El **vértice** de una parábola es el punto donde la parábola cruza su eje de simetría.

En resumen

- Se dice que una función es **cuadrática** cuando se puede escribir de la forma:
  $f(x) = ax^2 + bx + c$, con $a, b, c \in \mathbb{R}$ y $a \neq 0$
  Se puede distinguir el término cuadrático ax^2, el término lineal bx y el término independiente c.
- La gráfica en el plano cartesiano de una función cuadrática es una **parábola**, curva simétrica que se observa en la figura. Una parábola se dice cóncava hacia arriba si la curva se abre hacia arriba y cóncava hacia abajo si se abre hacia abajo.
- Toda parábola posee un punto máximo o mínimo llamado **vértice**, por donde pasa el eje de simetría de la parábola. Este punto será máximo cuando la parábola es cóncava hacia abajo y mínimo cuando es cóncava hacia arriba.



- Los puntos en que la gráfica de una función cuadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ intersecan el eje X se asocian a las soluciones de la ecuación cuadrática $ax^2 + bx + c = 0$, y se cumple que:

Si la parábola interseca en dos puntos el eje X, la ecuación tiene dos soluciones en los números reales. 	Si la parábola interseca en un solo punto el eje X, la ecuación tiene una solución en los números reales. 	Si la parábola no interseca el eje X, la ecuación no tiene solución en los números reales.