2º medio

Aprendo en línea

Orientaciones para el trabajo con el texto escolar

Clase 39

Matemática

Ministerio de Educación
Gobierno de Chile

UNIDAD DE CURRÍCULUM Y EVALUACIÓN UCE

Inicio

El objetivo de esta clase es reforzar el uso de la fórmula general para las ecuaciones cuadráticas según sus parámetros y la naturaleza de sus soluciones con el cálculo del determinante.

OA4

Para resolver esta guía necesitarás tu libro y tu cuaderno de matemática. Realiza todas las actividades que te proponemos en tu cuaderno, agregando como título el número de la clase que estás desarrollando.

Desarrollo

Recuerda que toda ecuación cuadrática $\mathbf{ax^2 + bx + c = 0}$, con $\mathbf{a \neq 0}$, se pueden obtener las soluciones, $\mathbf{x_1}$ y $\mathbf{x_2}$, directamente mediante las siguientes fórmulas generales:

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \qquad x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

En la clase anterior vimos como los valores de los factores **a**,**b** y **c** de nuestra ecuación cuadrática nos permitían obtener las soluciones $\mathbf{x_1}$ y $\mathbf{x_2}$ mediante el uso de la fórmula general. Además vimos que el valor del discriminante nos permite ver la naturaleza de sus soluciones y su pertinencia en la resolución de problemas.

Actividad 1

Dadas las siguientes ecuaciones cuadráticas, identificas sus coeficientes y resuélvelas aplicando la fórmula general, usa estos como ejemplos para resolver la tabla del ejercicio uno de la página 114 del **Texto del Estudiante**.

Ecuación Cuadrática	Coeficientes			Fórmula general	Soluciones	
	a	b	c		x_1	x_2
$\mathbf{x^2 - 3 + 4 = 0}$						
$\mathbf{4x^2 + 16 = 0}$						
$\mathbf{2x^2 - x + 2 = 0}$						

Recuerda que el valor del **“discriminante”** que se simboliza con la letra griega delta (Δ) se obtiene de la expresión:

$$\boxed{\Delta = b^2 - 4ac}$$

Cumple con las siguientes características:

Si $\Delta = \mathbf{b^2 - 4ac > 0}$, la ecuación tiene **dos soluciones** en los números reales.

Si $\Delta = \mathbf{b^2 - 4ac = 0}$, la ecuación tiene **una solución** en los números reales.

Si $\Delta = \mathbf{b^2 - 4ac < 0}$, la ecuación **no tiene solución** en los números reales.

Actividad 2

Calcula el valor del discriminante de las siguientes ecuaciones cuadráticas e indica, sin resolver, cuál es el número de soluciones en los números reales de cada una. Usa estos como ejemplos para resolver el ejercicio 2 de la página 114 del **Texto del Estudiante.**

a) $2x^2 + 5 - 6 = 0$

b) $-3x^2 + 12 = 0$

Las ecuaciones literales que son de grado dos, también podemos hallar sus soluciones, solo que quedarán en función de letras, veamos un ejemplo:

Ejemplo:

$\mathbf{x^2 - 3mx + t^2 = 0}$, debemos identificar los valores de a, b y c y luego usar la fórmula general. Así tenemos que $\mathbf{a = 1}$, $\mathbf{b = 3m}$ y $\mathbf{c = t^2}$, reemplazando en la fórmula nos queda:

$$x = \frac{-3m \pm \sqrt{(3m)^2 - 4 \cdot 1 \cdot t^2}}{2 \cdot 1} \rightarrow \frac{-3m \pm \sqrt{9^2 - 4\,t^2}}{2}$$

No podemos calcular ni simplificar nada más, por lo tanto, las soluciones nos quedan como:

$$x_1 = \frac{-3m + \sqrt{9m^2 - 4t^2}}{2} \quad \text{y } x_2 = \frac{-3m - \sqrt{9m^2 - 4t^2}}{2}$$

Actividad 3
Usa el ejemplo anterior para resolver los ejercicios a y b del ítem 3 de la página 115 del **Texto del Estudiante**.

Supongamos que tenemos una ecuación cuadrática en la cual uno de los coeficientes que acompañan a la variable “x” se borró, por ejemplo:
$-x^2 + tx - 16 = 0$ ¿Qué valor debe tener “t” para que nuestra ecuación tenga dos soluciones, una solución en los números reales?

En primer lugar debemos recordar que la naturaleza de las soluciones está dada por el discriminante, lo que es necesario identificar los valores de a, b y c.

$a = -1$, $b = t$ y $c = -16$

Para que tenga una solución debemos usar $b^2 - 4ac = 0$, reemplacemos

$t^2 - 4 \cdot -1 \cdot (-16) = 0$
$t^2 - 64 = 0$
$(t + 8)\cdot(t - 8) = 0$
$t + 8 = 0 \wedge t - 8 = 0$
$t = -8 \wedge t = 8$
Ambos valores puede tomar “t” para que la ecuación cuadrática tenga única solución.

Actividad 4
Usa el ejemplo anterior para resolver el ejercicio “b” del ítem 4 de la página 115 del texto de estudio.

Cierre

Evaluación
Responde las siguientes preguntas, encerrando en un círculo la letra de la alternativa correcta.

1 **De acuerdo a la ecuación cuadrática $9x^2 - 6x + s = 0$, ¿qué valor debe tener “s” para que tenga una única solución?**

a) $s = 1$
b) $s = -1$
c) $s = 2$
d) $s = -2$

2 **Dada la ecuación literal $x^2 + 2nx + r^2 = 0$, sus soluciones son:**

a) $-n \pm \sqrt{n^2 - r^2}$
b) *no tiene soluciones reales.*
c) $-n \pm \sqrt{n^2 + r^2}$
d) *Ninguna de las anteriores.*

3 **¿Cuál es el valor de las soluciones y del discriminante de la ecuación $2x^2 - 13x - 7 = 0$?**

a) $x_1 = -7$; $x_2 = \frac{1}{2}$ y $\Delta = 125$

b) $x_1 = 7$; $x_2 = -\frac{1}{2}$ y $\Delta = 225$

c) $x_1 = -7$; $x_2 = \frac{1}{2}$ y $\Delta = -125$

d) $x_1 = 7$; $x_2 = \frac{1}{2}$ y $\Delta = 225$

Revisa tus respuestas en el solucionario y luego revisa tu nivel de aprendizaje, ubicando la cantidad de respuestas correctas, en la siguiente tabla:

3 respuestas correctas:	Logrado.
2 respuestas correctas:	Medianamente logrado.
1 respuesta correcta:	Por lograr.

Completa el siguiente cuadro, en tu cuaderno:

Mi aprendizaje de la clase número _______ fue: ___________________________________.

2º medio

Texto escolar

Matemática

Unidad 2

A continuación, puedes utilizar las páginas del texto escolar correspondientes a la clase.

Actividades de práctica

1. Dadas las siguientes ecuaciones cuadráticas, identifica sus coeficientes y resuélvelas aplicando la fórmula general.

Ecuación cuadrática	Coeficientes			Fórmula general	Soluciones	
	a	b	c		x_1	x_2
$x^2 + 6x + 8 = 0$						
$x^2 - x - 2 = 0$						
$2x^2 - 5x - 3 = 0$						
$4x^2 + 8x + 3 = 0$						
$x^2 - 10x + 20 = 0$						
$5x^2 + 125 = 0$						
$3x^2 - 7x = 0$						
$4x^2 - 8x + 20 = -6$						
$12x^2 = -6x$						
$x^2 + 6x = 27$						
$400 - 100x^2 = 0$						
$5x^2 - 6x - 5 = 0$						
$9x^2 - 6x + 1 = 0$						

2. Calcula el discriminante de las siguientes ecuaciones cuadráticas e indica, sin resolver, cuál es el número de soluciones en los números reales de cada una.

a. $14x^2 + 2x + 4 = 0$

b. $x^2 - \frac{8}{3}x + 4 = 0$

c. $x^2 + 7x - 1 = 0$

d. $-3x^2 - 11 = 0$

e. $5x^2 + 9x = 0$

f. $12 - 5x + 8x^2 = 0$

Usa calculadora
Para explorar

3. Usando la fórmula general, resuelve las siguientes ecuaciones literales.

a. $x^2 + 2mx + r^2 = 0$

b. $2x^2 + m^2 = 3mx$

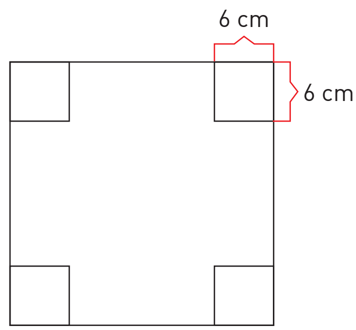
4. Determina para qué valores de m, la ecuación $x^2 - mx + 100 = 0$ tiene:

a. Dos soluciones en los números reales.

b. Una solución en los números reales

c. No tiene soluciones en los números reales.

5. Con un cartón de forma cuadrada, se quiere construir una caja sin tapa (con forma de prisma de base cuadrada). Para esto, se le corta un cuadrado de 6 cm de lado en cada uno de sus vértices. Si se sabe que el volumen de la caja debe ser de 216 cm^3, ¿cuál es la medida del lado del cartón?



¿Crees que el cartón pueda medir 12 cm de lado? ¿por qué?

Y ella ¿quién es?

Maryam Mirzajaní (1977-2017)

Matemática iraní y profesora de matemáticas en la Universidad de Stanford. Su trabajo en superficies de Riemann y sus modelos espaciales conectan varias disciplinas matemáticas (Geometría hiperbólica, análisis complejo, topología y dinámica) e influyen en todas ellas.

En 2014 fue galardonada con la Medalla Fields, siendo la primera mujer en recibir este premio equivalente al Nobel de las matemáticas.

¿Qué aprendí hoy?

1 Usando la fórmula general, resuelve las siguientes ecuaciones cuadráticas.

a. $10x^2 + 14x - 2 = 0$

b. $4x^2 - 8x + 12 = 0$

2 De un triángulo de área 54 cm^2, se quiere determinar la medida de la base (b) y la medida de altura (h). Si se sabe que su base es 12 cm más larga que su altura, ¿cuáles son las medidas?

Cuaderno página 51