

1º
medio

Aprendo en línea

Orientaciones para el trabajo
con el texto escolar

Clase 28

Matemática



Inicio

En esta clase conoceremos y aplicaremos la factorización **productos notables "binomios"**.

Para resolver esta guía necesitarás tu libro y tu cuaderno de matemática. Realiza todas las actividades que te proponemos en tu cuaderno, agregando como título el número de la clase que estás desarrollando.

Desarrollo



Antes de comenzar a trabajar con la factorización por binomios, analicemos el cuadro de concepto que está en la **página 90** del texto de estudio:

Conceptos

La **diferencia de cuadrados** ($a^2 - b^2$) es igual al producto de la suma por la diferencia de los términos involucrados, es decir:

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

Ejemplo 1 ¿Cómo se factoriza la expresión $81 - 4x^4$?

1 La expresión algebraica tiene dos términos, por lo que corresponde a un binomio. Además es una diferencia de cuadrados.

2 Ya que $81 = 9^2$ y además $4x^4 = (2x^2)^2$, se tiene la siguiente igualdad:

$$81 - 4x^4 = 9^2 - (2x^2)^2 = (9 + 2x^2)(9 - 2x^2)$$

Respuesta: Se obtiene que $81 - 4x^4 = (9 + 2x^2)(9 - 2x^2)$.

Para comprender el cuadro conceptos anterior, tomaremos como ejemplo el **ejercicio b del ítem 3** de la **página 92** de tu texto de estudio

3. Factoriza cada binomio.

a. $1 - 8w^3$

b. $4w^2 - 9$

c. $1 + q^9$

d. $81w^4z^6 - 121q^4$

e. $w^4n^6 - 4z^8$

f. $343m^3 + 64$

g. $27x^3 + 8y^6x^9$

h. $125m^6 - 512a^3$

i. $1\,000b^6 - 729a^9b^{12}$

Entonces, tomamos el binomio $4w^2 - 9$

Como dice en la explicación el binomio es una diferencia de cuadrados la que se iguala a una suma por su diferencia, entonces debemos descubrir cuales fueron los términos que se elevaron al cuadrado.

- **Primer término:** $4w^2 = (2w)^2$
- **Segundo término:** $9 = 3^2$

Ahora tenemos los términos que nos permitirán obtener la suma por su diferencia

$$4w^2 - 9 = (2w + 3)(2w - 3)$$

Puedes comprobar este resultado en el **solucionario de tu texto de estudio, página 291.**



Así como está la diferencia de cuadrados, existen otros binomios que podemos factorizar, como la suma y diferencia de cubos:

Observemos el cuadro concepto de la **página 91** de tu texto de estudio

Conceptos

La **suma** y la **diferencia de cubos** se pueden factorizar como el producto de un binomio y de un trinomio de la siguiente manera:

Suma de cubos

$$x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$$

Diferencia de cubos

$$x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$$

En esta oportunidad tomaremos un ejemplo del mismo ítem anterior, en este caso el **ejercicio a**

3. Factoriza cada binomio.

a. $1 - 8w^3$

b. $4w^2 - 9$

c. $1 + q^9$

d. $81w^4z^6 - 121q^4$

e. $w^4n^6 - 4z^8$

f. $343m^3 + 64$

g. $27x^3 + 8y^6x^9$

h. $125m^6 - 512a^3$

i. $1000b^6 - 729a^9b^{12}$

a) $1 - 8w^3$ corresponde a una diferencia de cubos y para obtener su factorización seguiremos los siguientes pasos:

1º Determinar los términos que fueron elevados al cubo:

- **Primer término:** $1 = 1^3$
- **Segundo término:** $8w^3 = (2w)^3$

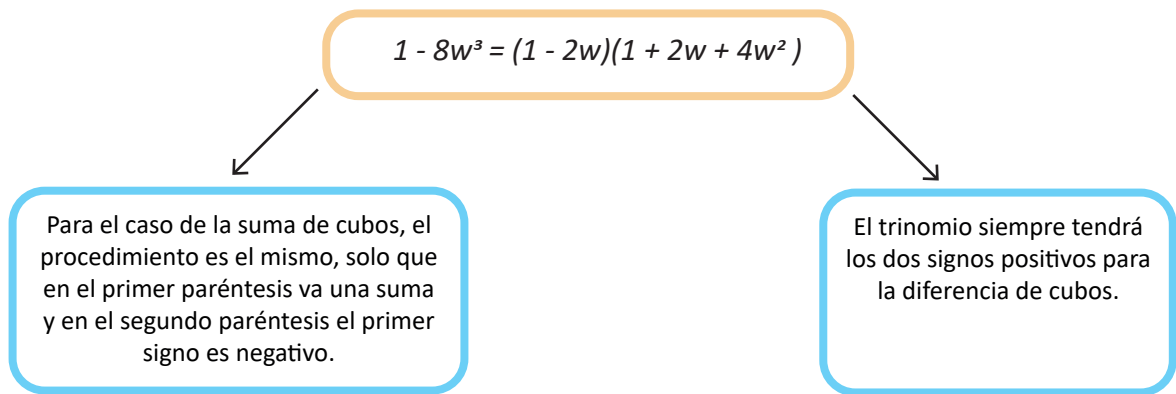
2º Ahora debemos comenzar a armar nuestro producto

- ✓ Paréntesis 1: está formado por la diferencia de los términos que se elevaron al cubo $(1-2w)$
- ✓ Paréntesis 2: está formado por un trinomio el cual se forma por:
 - **Primer término:** cuadrado del primer término inicial $1^2 = 1$
 - Segundo término corresponde al producto entre el primer y segundo término inicial: $1 \cdot 2w = 2w$
 - **Tercer término:** cuadrado del segundo término inicial: $(2w)^2 = 4w^2$

3º Formamos el producto de paréntesis:

$$\begin{aligned} & \text{Parentesis 1} \cdot \text{Parentesis 2} \\ & (1 - 2w)(1 + 2w + 4w^2) \end{aligned}$$

Entonces tenemos como resultado:



Puedes comprobar este resultado en el **solucionario de tu texto de estudio, página 291.**



Actividad 1: Resuelve los ejercicios c, d, e, f, g, h, i del ítem 3 de la **página 92** de tu texto de estudio.



Actividad 2: Resuelve los ejercicios a, b, c, d, f del ítem 2 de la **página 92** de tu texto de estudio.

Recuerda siempre ir verificando tus respuestas en el **solucionario de tu texto de estudio, página 291.**



Para Resolver la siguiente actividad tomaremos como ejemplo el ejercicio d del **ítem 4** de la **página 92**

4. Dada la factorización, determina el binomio que lo genera.

a. $(3m - 10n)(9m^2 + 30mn + 100n^2)$

b. $(9x + 8)(9x - 8)$

c. $(13z + 11w)(169z^2 - 143zw + 121w^2)$

d. $(7b^4 + 1)(49b^8 - 7b^4 + 1)$

e. $(5a^3 - 4b)(25a^6 + 20a^3b + 16b^2)$

f. $(15x^3 - 4y^2)(15x^3 + 4y^2)$

Como debemos determinar cuál fue el binomio factorizado tenemos que analizar el producto de paréntesis.

En el caso del **ejercicio d**, tenemos un paréntesis con un binomio y el otro con un trinomio, por lo que estamos frente a una **suma de cubos o diferencia de cubos**.

Ahora analicemos los signos que tienen los paréntesis, en el caso del primero tenemos un signo positivo y en el segundo uno negativo y positivo, por lo que podemos asegurar que corresponde a una **suma de cubos**.

Como ya sabemos qué tipo de binomio es, solo queda encontrarlo.

El primer paréntesis nos indica los términos que debemos elevar al cubo:

$$(7b^4)^3 = 343b^{12}$$
$$1^3 = 1$$

Por lo que:

$$(7b^4 - 1)(49b^8 - 7b^4 + 1) = 343b^{12} + 1$$

Recuerda siempre ir verificando tus respuestas en **el solucionario de tu texto de estudio, página 291**.



Actividad 3: Resuelve los **ejercicios a, b, c, e, f** del **ítem 4** de la **página 92** de tu texto de estudio.



Actividad 4: resuelve los **ejercicios a, d y f** del **ítem 5** de la **página 92** considerando lo visto en los ejemplos anteriores.

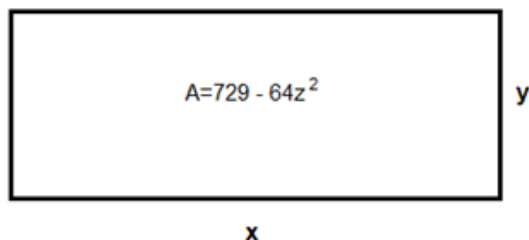
Recuerda siempre ir verificando tus respuestas en **el solucionario de tu texto de estudio, página 291**.



Para resolver la siguiente actividad tomaremos como ejemplo el **ejercicio b** del **ítem 6** de la **página 93** de tu texto de estudio.

- b. Luego de realizar diferentes mediciones, Alejandro determinó que la expresión que corresponde al área de su jardín que tiene forma rectangular está dada por $(729 - 64z^2)$ m². ¿Cuáles son las posibles medidas de sus lados?

Para resolver esta situación problemática debemos considerar que el jardín de Alejandro tiene forma rectangular y nos dan la medida de su área:



Como el área de un rectángulo corresponde al producto entre las longitudes de sus lados no paralelos tenemos:

$$729 - 64z^2 = x \cdot y$$

Como el área es una diferencia de cuadrados, podemos factorizarlo para encontrar las medidas de los lados:

$$729 = 27^2 \quad y \quad 64z^2 = (8z)^2$$
$$729 - 64z^2 = (27 + 8z) \cdot (27 - 8z)$$

Por lo que los lados del jardín miden:

$$x = 27 + 8z \quad e \quad y = 27 - 8z$$



Actividad 5: resuelve el ejercicio a del **ítem 6** de la **página 93** de tu texto de estudio.



Actividad 6: Resuelve el **ítem 7** de la **página 93** de tu texto de estudio. Recuerda que el volumen de un prisma es $V = \text{Área basal} \cdot \text{altura}$

Recuerda siempre ir verificando tus respuestas en **el solucionario de tu texto de estudio, página 291.**

Cierre



Evaluación

Responde las siguientes preguntas, encerrando en un círculo la letra de la alternativa correcta.

1

¿Cuál es la factorización de $36b^6 - 16c^2$?

- a) $(6b^3 + 4c)(6b^3 - 4c)$
- b) $(6b^4 + 4c)(6b^4 - 4c)$
- c) $(6b^3 + 8c)(6b^3 - 8c)$
- d) $(6b^4 + 8c)(6b^4 - 8c)$

2

El producto $(x - y)(x^2 + xy + y^2)$, ¿a qué binomio corresponde?

- a) $x^2 - y^2$
- b) $x^2 + y^2$
- c) $x^3 - y^3$
- d) $x^3 + y^3$

3

¿Cuál es la factorización de $27c^3 + d^9$?

- a) $(3c - d^3)(9c^2 + 3cd^3 + d^6)$
- b) $(3c + d^3)(9c^2 - 3cd^3 + d^6)$
- c) $(9c - d^3)(81c^2 + 9cd^3 + d^5)$
- d) $(9c + d^3)(81c^2 - 9cd^3 + d^5)$

Revisa tus respuestas en el solucionario y luego revisa tu nivel de aprendizaje, ubicando la cantidad de respuestas correctas, en la siguiente tabla:

3 respuestas correctas:	Logrado.
2 respuestas correctas:	Medianamente logrado.
1 respuesta correcta:	Por lograr.

Completa el siguiente cuadro, en tu cuaderno:

Mi aprendizaje de la clase número _____ fue: _____.

1º
medio

Texto escolar

Matemática

Unidad

2

A continuación, puedes utilizar las páginas del texto escolar correspondientes a la clase.

Factorización mediante productos notables: binomios

Objetivo

- Comprender la factorización de un binomio utilizando la suma por diferencia, la suma de cubos y la diferencia de cubos.

Habilidad

Al identificar ideas propias y respuestas en lenguaje matemático estás desarrollando la habilidad de resolver problemas.

Atención

Ya que $a^2 = b$, se tiene que $\sqrt{b} = a$. Por ejemplo, como $9^2 = 81$, entonces $\sqrt{81} = 9$.

Forma 1	Forma 2
$9 - x^2 = (3 + x)(3 - x)$	$9 - x^2 = (3 + 2x)(3 - 2x)$
Ya que:	Ya que:
$(3 + x)(3 - x) = 3(3 - x) + x(3 - x)$	$(3 + 2x)(3 - 2x) = 3(3 - 2x) + x(3 - 2x)$
$= 9 - 3x + 3x - x^2$	$= 9 - 6x + 6x - x^2$
$= 9 - x^2$	$= 9 - x^2$

- Remarca la(s) igualdad(es) correcta(s).

$$3^2 = 9$$

$$(x)^2 = x^2$$

$$(x)^2 = 2x$$

- ¿Cuál sería tu respuesta a lo que plantea el profesor? Explica.

- En el producto notable de la suma por la diferencia se estableció que $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$. Esto significa que la diferencia de dos cuadrados se puede expresar como el producto de dos factores, es decir, se puede factorizar.

Conceptos

La **diferencia de cuadrados** ($a^2 - b^2$) es igual al producto de la suma por la diferencia de los términos involucrados, es decir:

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

Ejemplo 1

¿Cómo se factoriza la expresión $81 - 4x^4$?

- La expresión algebraica tiene dos términos, por lo que corresponde a un binomio. Además es una diferencia de cuadrados.
- Ya que $81 = 9^2$ y además $4x^4 = (2x^2)^2$, se tiene la siguiente igualdad:

$$81 - 4x^4 = 9^2 - (2x^2)^2 = (9 + 2x^2)(9 - 2x^2)$$

PASO A PASO

Respuesta: Se obtiene que $81 - 4x^4 = (9 + 2x^2)(9 - 2x^2)$.

Ejemplo 2 Factoriza la expresión $16a^2b^6 - 9x^2y^4$.

Como $16a^2b^6 = (4ab^3)^2$ y $9x^2y^4 = (3xy^2)^2$

Luego, se tiene la siguiente igualdad: $16a^2b^6 - 9x^2y^4 = (4ab^3 + 3xy^2)(4ab^3 - 3xy^2)$.

☞ ¿Crees que se puede factorizar $x^2 + 1$? Explica.

Conceptos

La **suma** y la **diferencia de cubos** se pueden factorizar como el producto de un binomio y de un trinomio de la siguiente manera:

Suma de cubos
 $x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$

Diferencia de cubos
 $x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$

Ejemplo 3 ¿Cómo factorizarías $64 + b^3$?

- 1 $64 + b^3 = (4)^3 + (b)^3$ → Expresas cada término al cubo.
- 2 $= (4 + b)(4^2 - 4 \cdot b + b^2)$ → Factorizas la suma de cubos.
- 3 $= (4 + b)(16 - 4b + b^2)$ → Calculas las potencias y productos.

Respuesta: Al factorizar $64 + b^3$, se obtiene $(4 + b)(16 - 4b + b^2)$.

Ejemplo 4 Factoriza el binomio $512a^{12} - 8b^{15}$.

- 1 $512a^{12} - 8b^{15} = (8a^4)^3 - (2b^5)^3$ → Expresas cada término al cubo.
- 2 $= (8a^4 - 2b^5)((8a^4)^2 + 8a^4 \cdot 2b^5 + (2b^5)^2)$ → Factorizas la diferencia de cubos.
- 3 $= (8a^4 - 2b^5)(64a^8 + 16a^4b^5 + 4b^{10})$ → Calculas.

Respuesta: La factorización es $(8a^4 - 2b^5)(64a^8 + 16a^4b^5 + 4b^{10})$.

Ejemplo 5 Para que se cumpla la igualdad, ¿qué término falta?

$$27a^3 - b^3 = (3a - b)(9a^2 + \boxed{} + b^2)$$

Se tiene que $27a^3 = (3a)^3$ y $b^3 = (b)^3$. El término que debe ir en el recuadro corresponde al producto entre $3a$ y b , es decir, $3ab$.

Atención

Utilizando propiedades de potencia se tiene:

$$b^6 = (b^3)^2$$

Además, se cumple que:

$$\sqrt{b^6} = \sqrt{(b^3)^2} = |b^3|$$

Srinivāsa Rāmānujan

1887 -1920



Una vez, en un taxi de Londres, a Hardy le llamó la atención su número: 1 729. Cuando llegó a visitar a Rāmānujan en el hospital, Hardy le manifestó que tal número era aburrido, obteniendo una respuesta inmediata de Rāmānujan: es un número muy interesante, ya que es el número más pequeño que se puede expresar como suma de dos cubos de dos formas diferentes. Matemáticamente, si 1 729 es igual a 13 por 133 y 19 por 91, ¿cómo se puede expresar 1 729 por suma de cubos?

Ejercicios

Resuelve en tu cuaderno las siguientes actividades de los contenidos y procedimientos que has estudiado.

1. Completa con el término que falta para que se cumpla la igualdad.

a. $(\quad)^2 = 9w^2$

c. $(\quad)^2 = 4q^2p^8$

e. $(\quad)^2 = 121a^4w^2$

b. $(\quad)^2 = \frac{1}{36}p^8$

d. $(\quad)^2 = 169q^6r^2s^4$

f. $(\quad)^2 = 16w^{10}x^4y^8$

2. Identifica el tipo de factorización que se puede realizar en cada binomio. Para ello encierra la clasificación correspondiente.

a. $8p^3 + q^3$

Suma de cubos.

Diferencia de cubos.

Diferencia de cuadrados.

c. $225a^2 - 1$

Suma de cubos.

Diferencia de cubos.

Diferencia de cuadrados.

e. $100b^8 - 1$

Suma de cubos.

Diferencia de cubos.

Diferencia de cuadrados.

b. $x^4 - y^4$

Suma de cubos.

Diferencia de cubos.

Diferencia de cuadrados.

d. $z^9 + q^{12}$

Suma de cubos.

Diferencia de cubos.

Diferencia de cuadrados.

f. $125r^9 - 1$

Suma de cubos.

Diferencia de cubos.

Diferencia de cuadrados.

3. Factoriza cada binomio.

a. $1 - 8w^3$

d. $81w^4z^6 - 121q^4$

g. $27x^3 + 8y^6x^9$

b. $4w^2 - 9$

e. $w^4n^6 - 4z^8$

h. $125m^6 - 512a^3$

c. $1 + q^9$

f. $343m^3 + 64$

i. $1\,000b^6 - 729a^9b^{12}$

4. Dada la factorización, determina el binomio que lo genera.

a. $(3m - 10n)(9m^2 + 30mn + 100n^2)$

d. $(7b^4 + 1)(49b^8 - 7b^4 + 1)$

b. $(9x + 8)(9x - 8)$

e. $(5a^3 - 4b)(25a^6 + 20a^3b + 16b^2)$

c. $(13z + 11w)(169z^2 - 143zw + 121w^2)$

f. $(15x^3 - 4y^2)(15x^3 + 4y^2)$

5. Encierra el error cometido en cada factorización y luego corrígelo.

a. $1 - 512m^3 = (1 - 8m)(1 - 8m - 64m^2)$

d. $16c^4 - 4 = (4c^2 - 4)(4c^2 + 4)$

b. $4a^2 - 9b^4 = (2a - 3b)(2a + 3b)$

e. $64 - 125n^6 = (5n^2 - 4)(25n^4 + 20n^2 + 16)$

c. $y^3 + 1\,728 = (y + 12)(y^2 + 243 + 144)$

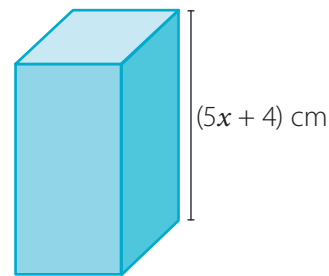
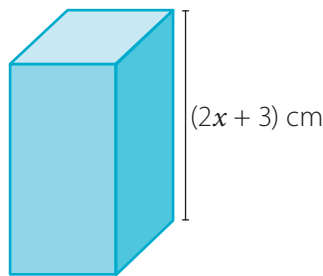
f. $216m^3 + 1\,331 = (6m - 11)(36m^2 + 66m + 121)$

6. Resuelve los siguientes problemas.

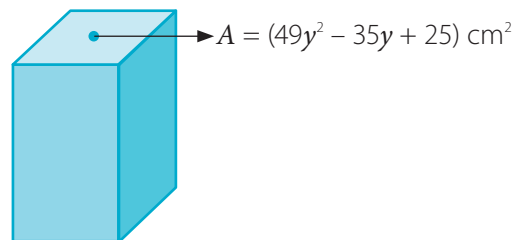
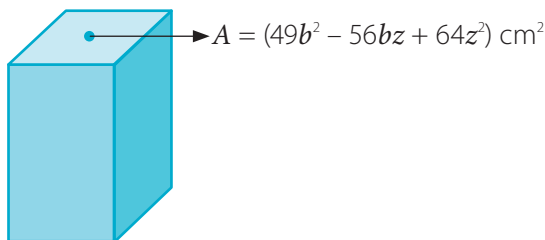
- a. Una arquitecta diseñó ventanas rectangulares con un área de $(16x^2 - 81)$ cm². Una de las dimensiones de cada ventana es del tipo $(ax + b)$ cm, donde a y b son números enteros. Determina el valor de $a^2 + b^2$.
- b. Luego de realizar diferentes mediciones, Alejandro determinó que la expresión que corresponde al área de su jardín que tiene forma rectangular está dada por $(729 - 64z^2)$ m². ¿Cuáles son las posibles medidas de sus lados?

7. **Geometría** Calcula lo pedido en cada paralelepípedo recto.

- a. Si el volumen es $(8x^3 + 27)$ cm³, ¿qué expresión corresponde al área de su base?
- c. Si el volumen es $(125x^3 + 64)$ cm³, ¿qué expresión corresponde al área de su base?



- b. Si el volumen es $(343b^3 + 512z^3)$ cm³, ¿qué expresión corresponde a la altura?
- d. Si el volumen es $(343y^3 + 125)$ cm³, ¿qué expresión corresponde a la altura?



Reflexiona sobre tu trabajo

- Al resolver las actividades propuestas, ¿qué factorizaciones utilizaste? Explica.

- ¿Qué actividad te fue de mayor dificultad? Explica.
