

1º
medio

Aprendo en línea

Orientaciones para el trabajo
con el texto escolar

Clase 24

Matemática



Inicio

En esta clase conoceremos y aplicaremos el producto notable denominado **suma por su diferencia**.

Para resolver esta guía necesitarás tu libro y tu cuaderno de matemática. Realiza todas las actividades que te proponemos en tu cuaderno, agregando como título el número de la clase que estás desarrollando.

Desarrollo



Para cumplir con el objetivo de esta clase, trabajaremos desde las **páginas 78 a la 83** de tu texto de estudio, resolviendo los ejercicios que ahí aparece.



Ahora analizaremos el cuadro de conceptos de la **página 78** de tu texto de estudio:

Conceptos

La **suma por diferencia** corresponde al cuadrado del primer término menos el cuadrado del segundo término, es decir:

$$(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$$

Ejemplo 1

¿Qué expresión resulta al resolver $(2x^2 - 5)(2x^2 + 5)$?

$$(2x^2 - 5)(2x^2 + 5) = \overset{\text{Cuadrado del primer término}}{(2x^2)^2} - \overset{\text{Cuadrado del segundo término}}{(5)^2} = 4x^4 - 25$$

Respuesta: Se obtiene la expresión $4x^4 - 25$.



Para comenzar a utilizar el producto notable llamado suma por su diferencia, tomemos como ejemplo el **ejercicio f** del **ítem 1** de la **página 80**.

$$(x^{2p-3} - 5z^3)(x^{2p-3} + 5z^3)$$

Analícemos:

- ✓ 1º término: x^{2p-3}
- ✓ 2º término: $5z^3$

Entonces, tenemos:

- Cuadrado del primer término: $(x^{2p-3})^2 = x^{4p-6}$
- Cuadrado el segundo término: $(5z^3)^2 = 25z^6$

Debes recordar que cuando elevas una potencia se utiliza la siguiente **propiedad: $(a^b)^c = a^{b \cdot c}$**

Luego, aplicamos la suma por su diferencia:

$$(x^{2p-3} - 5z^3)(x^{2p-3} + 5z^3) = x^{4p-6} - 25z^6$$

Puedes comprobar este resultado en el **solucionario de tu texto de estudio, página 290.**



Actividad 1:

Resuelve los **ejercicios a, b, c, d y f** del **ítem 1** de la **página 80** de tu texto de estudio.



Para resolver el **ítem 3** de la **página 80** tomaremos como ejemplo el **ejercicio b.**

b. $(12 - z)(12 + z) = \square - z^2$

Al analizar la suma por diferencia que se presenta tenemos que sus términos son:

- ✓ 1º término: 12
- ✓ 2º término: z

El recuadro corresponde al cuadrado del primer término por lo que su resultado es $12^2 = 144$

b. $(12 - z)(12 + z) = 144 - z^2$



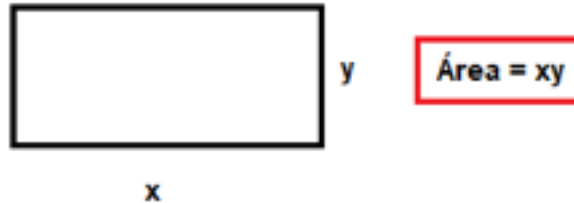
Actividad 2:

Resuelve los **ejercicios c y e** del **ítem 3** de la **página 80.**

Puedes comprobar este resultado en el **solucionario de tu texto de estudio, página 290.**



Antes de resolver el **ítem 4** de la **página 80**, debes recordar que el área de un rectángulo de obtiene multiplicando sus dos lados diferentes, es decir:



Actividad 3:

Resuelve los **ejercicios b, d y e** del **ítem 4** de la **página 80** de tu texto de estudio.



Actividad 4:

Resuelve el **ejercicio a** del **ítem 8** de la **página 81**. Recuerda utilizar los pasos aprendidos en clases anteriores para la resolución de problemas.

Recuerda siempre ir verificando tus respuestas en el **solucionario de tu texto de estudio**, **página 290**.



Actividad 54:

Resuelve la **“Evaluación de proceso 1”** que está en las **páginas 82 y 83**.

Puedes verificar tus respuestas en el **solucionario de tu texto de estudio**, **página 291**.

Cierre



Evaluación

Responde las siguientes preguntas, encerrando en un círculo la letra de la alternativa correcta.

1

¿Cuál de las siguientes expresiones es igual a $(a - 5)(a + 5)$?

- A. $a - 5$
- B. $a^2 - 25$
- C. $a^2 + 25$
- D. $a + 5$

2

¿Cuál de las siguientes sumas por su diferencia es igual a $x^4 - y^2 z^6$?

- A. $(x - yz)(x + yz)$
- B. $(x^4 - y^2 z^6)(x^4 + y^2 z^6)$
- C. $(x - yz^3)(x + yz^3)$
- D. $(x^2 - yz^3)(x^2 + yz^3)$

3

¿Cuál es el término que debe ir en el recuadro de la expresión $(vz^3 - a^4 b)(vz^3 - a^4 b) = \square - a^8 b^2$ para que se cumpla la igualdad?

- A. vz^6
- B. $v^2 z^3$
- C. vz^5
- D. $v^2 z^6$

Revisa tus respuestas en el solucionario y luego revisa tu nivel de aprendizaje, ubicando la cantidad de respuestas correctas, en la siguiente tabla:

| | |
|-------------------------|-----------------------|
| 3 respuestas correctas: | Logrado. |
| 2 respuestas correctas: | Medianamente logrado. |
| 1 respuesta correcta: | Por lograr. |

Completa el siguiente cuadro, en tu cuaderno:

| |
|---|
| Mi aprendizaje de la clase número _____ fue: _____. |
|---|

1º
medio

Texto escolar

Matemática

Unidad

1

A continuación, puedes utilizar las páginas del texto escolar correspondientes a la clase.

Suma por su diferencia

La representación geométrica de una suma por diferencia, $(a + b) \cdot (a - b)$, corresponde al área de un rectángulo de lados $(a + b)$ y $(a - b)$.

Objetivos

- Aplicar la suma por su diferencia.
- Aplicar el producto de binomio con un término en común.

- Anota las medidas que faltan en el rectángulo $DEFG$ y luego completa.

Área $DEFG = m(\overline{GD}) \cdot m(\overline{DE})$

$$= (a + b) \cdot (a - b) \dots \rightarrow \text{Remplazas.}$$

$$= a(a - b) + b \cdot (a - b) \dots \rightarrow \text{Propiedad distributiva.}$$

$$= \square - ab + ba - \square \dots \rightarrow \text{Multiplicas.}$$

$$= a^2 - ab + ab - b^2 \dots \rightarrow ba = ab.$$

$$= a^2 - b^2 \dots \rightarrow \text{Reduces términos semejantes.}$$

- Lo que resolviste anteriormente corresponde a una suma por diferencia y en este caso es el área del rectángulo $DEFG$.

Conceptos

La **suma por diferencia** corresponde al cuadrado del primer término menos el cuadrado del segundo término, es decir:

$$(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$$

Actitud

Aborda de manera creativa la búsqueda de soluciones a problemas.

Ejemplo 1

¿Qué expresión resulta al resolver $(2x^2 - 5)(2x^2 + 5)$?

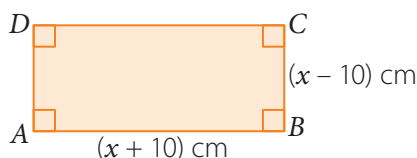
Cuadrado del primer término Cuadrado del segundo término

$$(2x^2 - 5)(2x^2 + 5) = (2x^2)^2 - (5)^2 = 4x^4 - 25$$

Respuesta: Se obtiene la expresión $4x^4 - 25$.

Ejemplo 2

¿Cuál es el área (A) del rectángulo $ABCD$?



$$A = (x + 10)(x - 10) = (x)^2 - (10)^2 = x^2 - 100$$

Respuesta: El área del rectángulo $ABCD$ es $(x^2 - 100) \text{ cm}^2$.

Ⓣ ¿Cómo calcularías el resultado de $(a + b - 1)(a + 1 + b)$? Explica.

Producto de binomios con un término en común

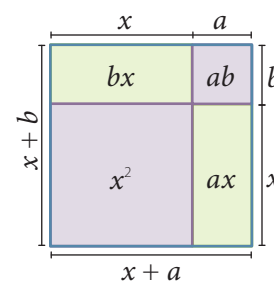
Conceptos

El producto de dos binomios con un término común $(x + a)(x + b)$ es igual al cuadrado del término común (x^2), más el producto de la suma de los dos términos no comunes por el término común $(a + b)x$, más el producto de los términos no comunes (ab).

$$(x + a) \cdot (x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$

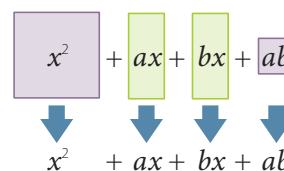
Atención

Se puede interpretar el producto de dos binomios con un término en común considerando el área (A) de un rectángulo de lados $(x + a)$ y $(x + b)$, como se muestra a continuación:



$$A = (x + a) \cdot (x + b)$$

Al descomponerlo en un cuadrado y tres rectángulos se obtiene:



Es decir: $(x + a) \cdot (x + b) = x^2 + xa + xb + ab$

O en forma equivalente: $(x + a) \cdot (x + b) = x^2 + x(a + b) + ab$

Ejemplo 3

¿Cuál es el resultado de $(x + 4)(x + 9)$?

$$(x + 4)(x + 9) = (x)^2 + (4 + 9)x + 4 \cdot 9 \rightarrow \text{Aplicas el producto notable.}$$

$$= x^2 + 13x + 36 \rightarrow \text{Calculas.}$$

Respuesta: Se obtiene la expresión $x^2 + 13x + 36$.

Ejemplo 4

¿Cuál es el resultado de $(y^3 - 5)(y^3 + 8)$?

$$(y^3 - 5)(y^3 + 8) = (y^3)^2 + (-5 + 8)y^3 + (-5) \cdot 8 \rightarrow \text{Aplicas el producto notable.}$$

$$= y^6 + 3y^3 - 40 \rightarrow \text{Calculas la potencia y aplicas las propiedades.}$$

Respuesta: El resultado de $(y^3 - 5)(y^3 + 8)$ es $y^6 + 3y^3 - 40$.

Ejemplo 5

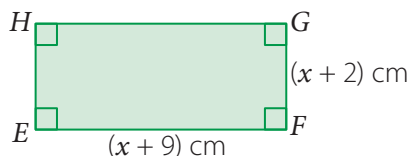
Calcula el producto $17 \cdot 13$, aplicando el producto $(x + a)(x + b)$.

- 1 $17 \cdot 13 = (10 + 7)(10 + 3) \rightarrow$ Se expresa 17 como $(10 + 7)$ y 13 como $(10 + 3)$.
- 2 $= 10^2 + 10 \cdot (7 + 3) + 7 \cdot 3 \rightarrow$ Se aplica el producto $(x + a)(x + b)$.
- 3 $= 221$

Respuesta: El resultado de $17 \cdot 13$ aplicando el producto $(x + a)(x + b)$ es 221.

Ejemplo 6

¿Cuál es el área del rectángulo $EFGH$?



$$(x + 9)(x + 2) = (x)^2 + (9 + 2)x + 9 \cdot 2 = x^2 + 11x + 18$$

Respuesta: El área del rectángulo $EFGH$ es $(x^2 + 11x + 18) \text{ cm}^2$.

Visita la Web

Para saber más sobre productos notables, visita el siguiente sitio web:

<http://www.profesorenlinea.cl/matematica/Algebra/Productosnotables.htm>

Ejercicios

Resuelve en tu cuaderno las siguientes actividades de los contenidos y procedimientos que has estudiado.

1. Utiliza la suma por diferencia y calcula cada producto.

a. $(x + 9)(x - 9)$

d. $(z^3 - 3,1)(z^3 + 3,1)$

b. $\left(x + \frac{1}{2}\right)\left(x - \frac{1}{2}\right)$

e. $\left(a^n - 1\frac{1}{5}\right)\left(a^n + 1\frac{1}{5}\right)$

c. $(x + 11)(x - 11)$

f. $(x^{2p-3} - 5z^3)(x^{2p-3} + 5z^3)$

2. Utiliza el producto de dos binomios con un término en común y calcula cada producto.

a. $150 \cdot 210$

d. $(w^2 - 3)(w^2 - 9)$

b. $\left(a + \frac{3}{5}\right)\left(a + \frac{7}{9}\right)$

e. $(b^n + 3a)(b^n + 2a)$

c. $\left(y^2 - \frac{1}{10}\right)\left(y^2 + \frac{5}{8}\right)$

f. $(y^{3(p+3)} - 10z^3)(y^{3(p+3)} + z^2)$

3. Completa cada recuadro según corresponda.

a. $(5 + y)(12 + y) = 60 + \square + y^2$

d. $(\square + 15)(\square - 12) = 16b^{10} + \square - 180$

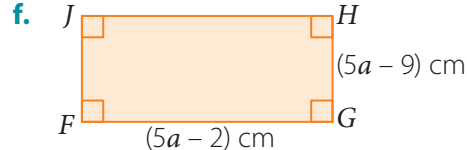
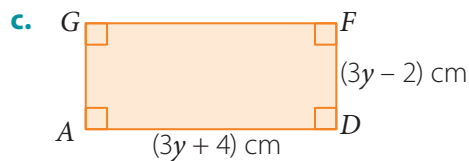
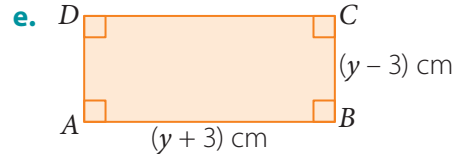
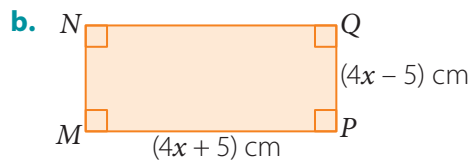
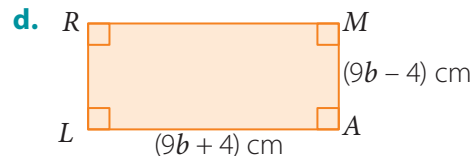
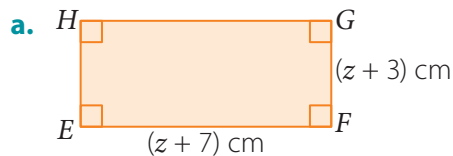
b. $(12 - z)(12 + z) = \square - z^2$

e. $(\square + 2x)(\square - 2x) = 225 - \square$

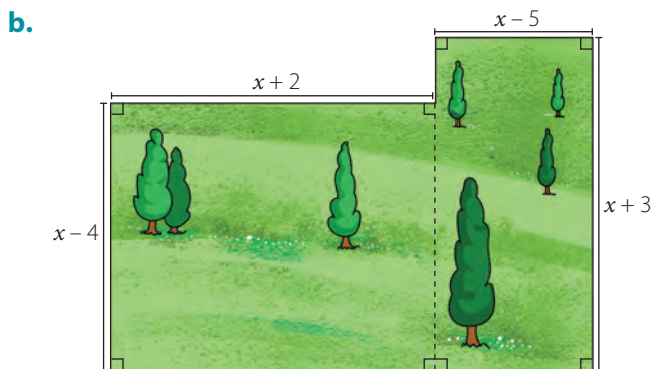
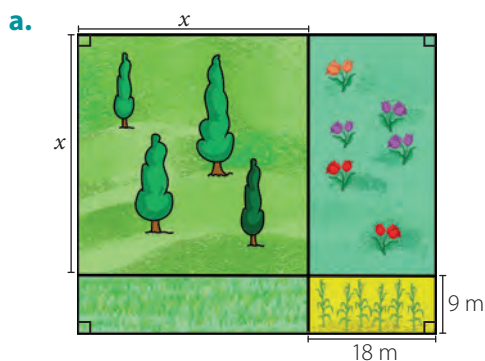
c. $(\square + 15)(\square - 15) = b^4 - 225$

f. $(3x^2 + 8)(3x^2 + \square) = \square + 51x^2 + \square$

4. **Geometría** Calcula el área de cada rectángulo.



5. Escribe una expresión algebraica para determinar el área de todo el terreno según corresponda.



6. Encierra el error cometido en cada caso y luego corrígelo.

a. $(y + 9a)(y - 9a) = y^2 + 9a^2$

e. $(a^{2n} + 1)(a^{2n} - 3) = a^{4n} - 2a^{2n} - 2$

b. $(a + 12)(a - 8) = a^2 + 4a - 4$

f. $(x^3 - 5)(x^3 + 5) = x^5 - 25$

c. $(b - 5)(b + 5) = b^2 + 5b - 15$

g. $(10 - a^x)(10 + a^x) = 20 - 2a^x$

d. $(c - 13)(c + 1) = c^2 - 14c + 13$

h. $(a^{2n+1} - 3)(a^{2n+1} - 4) = a^{2n+1} - 7a^{2n-1} - 12$



7. Junto con un compañero resuelvan los siguientes productos y luego argumenten su resolución.

a. $(a + b - 9)(a - 9 + b)$

d. $(2a^3 - b^3 + 5)(8 - b^3 + 2a^3)$

b. $(x + y - 3)(x - 5 + y)$

e. $(y^{2n} + z^n - 2)(y^{2n} - 1 + z^n)$

c. $(a^2 + y^2 - 12)(-15 + y^2 + a^2)$

f. $(b^{2n+3} + a^{3n} - 4)(b^{2n+3} - 5 + a^{3n})$

8. Resuelve los siguientes problemas.

a. Jorge tiene un jardín de forma rectangular de $(5a - 7)$ m de ancho y $(5a + 7)$ m de largo. ¿Cuál es el área del jardín? ¿A cuántos metros cuadrados equivale si $a = 2$?

b. Elizabeth mide el piso de la sala de clases que tiene forma rectangular, cuyo ancho mide $(2b - 3)$ m y el largo mide $(2b + 10)$ m. ¿Cuál será el área del piso de la sala de clases de Elizabeth?



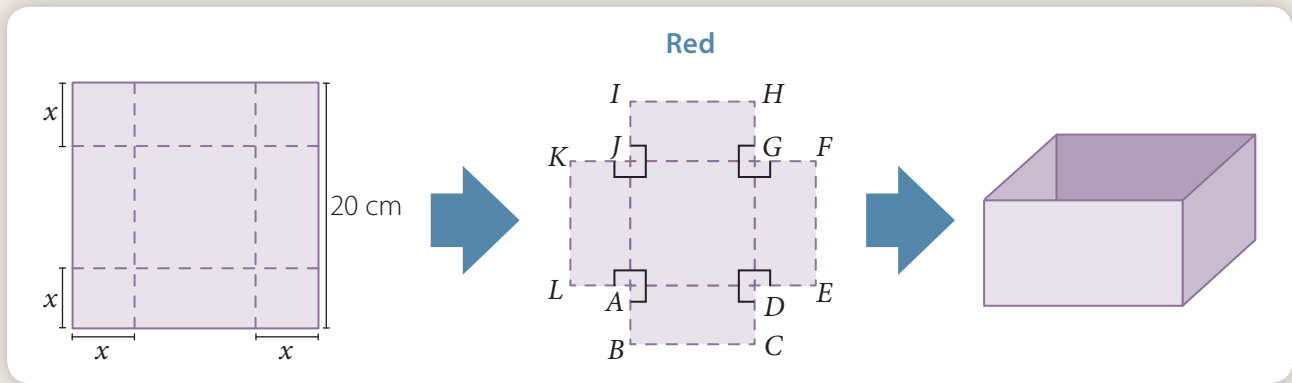
Reflexiona sobre tu trabajo

- ¿Qué realizas para calcular la suma por diferencia y el producto de binomios con un término en común? Explica.

- ¿Abordaste de manera creativa la solución a las distintas actividades propuestas? Explica.

Desarrolla las siguientes actividades de evaluación que te permitirán reconocer lo que has estudiado en este tema.

- Se construyó una caja de base cuadrada a partir de un cuadrado de 20 cm de lado, recortando cuadrados de lado x en las esquinas, como se muestra a continuación.



- ¿Cuál es la medida de la arista en su base? Escríbela. (1 punto)

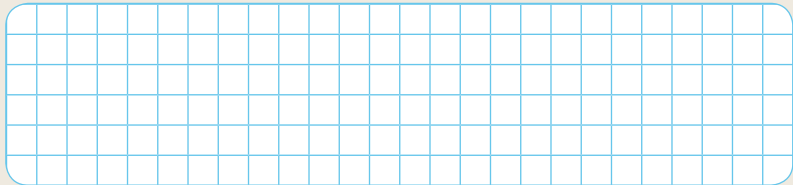
- Remarca el producto notable que se relaciona con el área de la base de la caja y luego calcúlalo. (2 puntos)

$$(20 - x)^2$$

$$(20 - 2x)^2$$

$$(20 + x)^2$$

$$(20 + 2x)^2$$



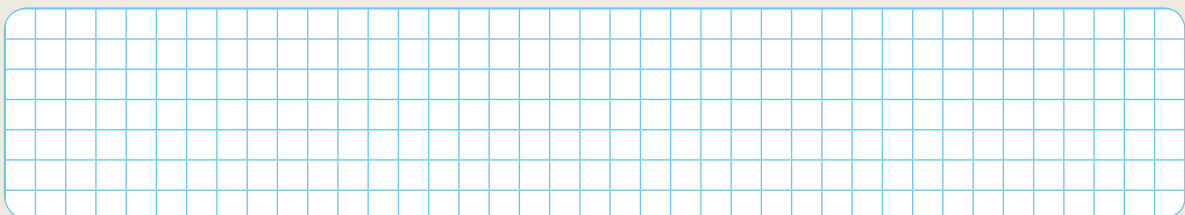
- ¿Cuál es el área total de la red de la caja? Explica cómo lo calculaste. (2 puntos)

Realiza tus cálculos



Respuesta ▶ _____

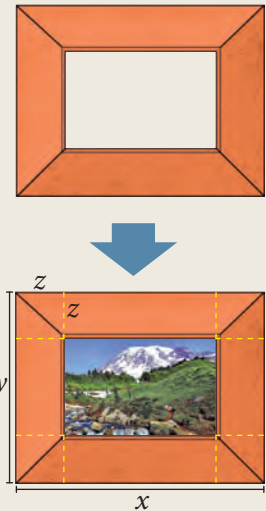
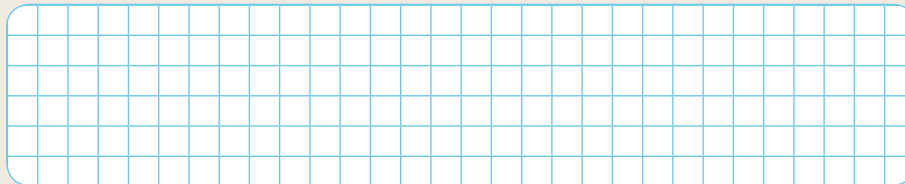
- Si luego de finalizar lo anterior se construye una nueva caja pero con forma de cubo y el área de una de sus caras es $(50 - y)^2 \text{ cm}^2$, ¿qué expresión representa cada una de sus aristas? ¿Cuál será el volumen de esta caja? (2 puntos)



2. Una fotografía con forma rectangular se pondrá en un cuadro como el que se muestra a continuación: (4 puntos)

a. ¿Es correcto afirmar que los lados de la fotografía miden $(x - z)$ cm y $(y - z)$ cm? Explica.

b. ¿Cuántos cm^2 tiene la fotografía?



3. Detecta el error cometido en la resolución del siguiente ejercicio y luego corrígelo. (3 puntos)

$$(3x^2 + 5y^3)(3x^2 - 5y^3) \xrightarrow{\text{Distribuyes}} 3x^2 \cdot (3x^2 - 5y^3) + 5y^3 \cdot (3x^2 - 5y^3) \xrightarrow{\text{Multiplicas}} 9x^4 - 15x^2y^3 + 15y^3x^2 - 25y^9 \xrightarrow{\text{Reduces términos semejantes}} 9x^4 - 25y^9$$

Error ▶ _____

Corrección

Verifica tus respuestas en el solucionario y con la ayuda de tu profesor o profesora completa la tabla.

| Ítems | Conocimientos y habilidades | Tu puntaje | Tu desempeño |
|-------|--|------------|--|
| 1 | Resolver problemas utilizando cuadrado de un binomio y cubo de un binomio. | | Logrado: 23 puntos o más. |
| 2 y 3 | Resolver problemas utilizando suma por diferencia y binomio con un término en común. | | Medianamente logrado: 20 a 22 puntos. |
| | Total | | Por lograr: 19 puntos o menos. |

Reflexiona sobre tu trabajo

• Explica una estrategia que hayas utilizado para resolver alguno de los problemas planteados.

• ¿Cumpliste las metas que te propusiste al iniciar el tema? Explica de manera detallada.
