2º medio

Aprendo en línea

Orientaciones para el trabajo con el texto escolar

Clase 19

Matemática

Ministerio de Educación
Gobierno de Chile

UNIDAD DE CURRÍCULUM Y EVALUACIÓN UCE

Inicio

El propósito de esta clase es recordar cómo se relacionan los conjuntos numéricos, los que finalmente dan paso al estudio del conjunto de los Números Reales.

Para el estudio de esta clase deberás contar con tu cuaderno de la asignatura y el texto del estudiante. Sin embargo, de no contar con este último, al final de esta sesión se adjuntan las páginas a utilizar.

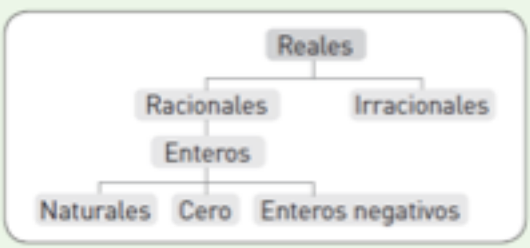
Desarrollo

Leamos atentamente el cuadro resumen que aparece en la página 19 del texto de estudio, el que no muestra cómo está conformado el conjunto de los Números Reales.

En resumen

El conjunto de los **números racionales** (Q) está formado por todos los números que pueden representarse como el cociente entre dos números enteros, con divisor diferente de cero. Su representación decimal puede ser finita, infinita periódica o infinita semiperiódica. Pero existen números que no pueden representarse como fracción, y su representación decimal infinita es no periódica. Estos conforman el conjunto de los **números irracionales** ($\mathbb{I}$).

El conjunto de los **números reales** ($\mathbb{R}$) incluye los números racionales (Q) y los números irracionales ($\mathbb{I}$). Es decir: $\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{I}$.



Los conjuntos Q y $\mathbb{I}$ son disjuntos, es decir, no existe un número real que sea racional e irracional simultáneamente.

El conjunto de los números reales, con la adición y la multiplicación, cumple las propiedades de clausura, conmutatividad, asociatividad, distributividad de la multiplicación respecto de la adición, existencia del elemento neutro para la adición y para la multiplicación, así como del elemento opuesto aditivo y el inverso multiplicativo.

Actividad 1
Para recordar la operatoria básica de la Aritmética, resuelve en tu cuaderno los tres ítems de la página 16 del texto de estudio.

Actividad 2
Con el objetivo de comprender las características de los elementos de cada conjunto numérico, realiza el ítem 1 la actividad de la página 20 del texto de estudio.

Cierre

Evaluación de la clase
Responde las siguientes preguntas, encerrando en un círculo la letra de la alternativa correcta.

1 **5 + 2 – 3 – 6 + 12 – 19 + 7= ?**

A. -2
B. -4
C. 10
D. 12

2 **Al calcular** $\frac{-3}{4} + \frac{1}{3} - \left(\frac{-5}{6}\right)$ **= se obtiene:**

A. $\frac{-5}{12}$
B. $\frac{10}{12}$
C. $\frac{5}{12}$
D. $\frac{-10}{12}$

3 **El resultado de $-1{,}6 + 0{,}\overline{1}$ es un número que NO pertenece al conjunto:**

A. $\mathbb{R}$
B. $\mathbb{Z}$
C. $\mathbb{Q}$
D. Ninguna de las anteriores.

Revisa tus respuestas en el solucionario y luego revisa tu nivel de aprendizaje, ubicando la cantidad de respuestas correctas, en la siguiente tabla:

3 respuestas correctas:	Logrado.
2 respuestas correctas:	Medianamente logrado.
1 respuesta correcta:	Por lograr.

Completa el siguiente cuadro, en tu cuaderno:

Mi aprendizaje de la clase número ______ fue: ___________________________________.

2º medio

Texto escolar

Matemática

Unidad 1

A continuación, puedes utilizar las páginas del texto escolar correspondientes a la clase.

Lección 1

Números reales

Exploro

¿Qué conocimientos tienes sobre los números reales?

¿Por qué crees que se llaman números reales?

Aprenderé a:

Realizar cálculos y estimaciones que involucren operaciones con números reales:

- utilizando la descomposición de raíces y las propiedades de las raíces;
- combinando raíces con números racionales;
- resolviendo problemas que involucren estas operaciones en contextos diversos.

Necesito recordar...

- Representación y aproximación de los números racionales.
- Operaciones con números racionales.
- Operaciones con potencias y sus propiedades.
- Teorema de Pitágoras.

¿Qué debo saber?

1. Representa los siguientes números decimales como una fracción.
   a. $3,2\overline{5}$
   b. $8,333$
   c. $6,4$
   d. $9,\overline{9}$
2. Representa cada número racional como decimal.
   a. $\frac{13}{99}$
   b. $\frac{21}{63}$
   c. $\frac{6}{5}$
   d. $\frac{45}{2}$
3. Calcula el valor de cada expresión.
   a. $2^{-3} + 2^0 - 2^2$
   b. $(-5)^{-3} - 5^3$
   c. $\frac{2^{2^2}}{2(2^2)^2}$
   d. $\frac{3^4 \cdot 3^3 \cdot 3^{-2}}{3^{-3} \cdot 3^0 \cdot 3^2}$
   e. $\frac{5^3 \cdot 5^2}{5^4 \cdot 5^3 \cdot 5^{-1}}$
   f. $\left(-\frac{2}{5}\right)^{-4} + \left(-\frac{3}{4}\right)^{-3}$

Comprendo la demostración

Para determinar que $\sqrt{2}$ es un **número irracional**, utilizamos una demostración por **reducción al absurdo**.
Supongamos que $\sqrt{2}$ es un número racional. Luego, se podría escribir $\sqrt{2}$ como una fracción irreducible $\frac{m}{n}$, con $m, n \in \mathbb{N}$.

Es decir, ***m*** y ***n*** no tienen factores comunes distintos de 1.

$$\sqrt{2} = \frac{m}{n} \xrightarrow{\text{Al multiplicar por } n} \sqrt{2} \cdot n = m \xrightarrow{\text{Al elevar al cuadrado.}} 2n^2 = m^2$$

Entonces, 2 divide necesariamente a m^2, y como 2 es un número primo, también divide a m, por lo tanto m^2 es múltiplo de 4, o sea que para algún número natural k se cumple que $m^2 = 4k$.

$2n^2 = m^2 = 4k \longrightarrow$ Porque $2n^2 = m^2$ y también $m^2 = 4k$.

$n^2 = 2k \longrightarrow$ Dividiendo por 2.

Es decir, necesariamente 2 divide a n^2, y como es número primo, 2 divide también a n.

Pero entonces se acaba de demostrar que 2 divide a m y a n, los que por hipótesis no tenían factores comunes. Esta es una contradicción. Por lo tanto, la suposición de que $\sqrt{2}$ es un número racional es imposible. Así, queda demostrado que $\sqrt{2}$ es un número irracional.

En resumen

El conjunto de los **números racionales** ($\mathbb{Q}$) está formado por todos los números que pueden representarse como el cociente entre dos números enteros, con divisor diferente de cero.
Su representación decimal puede ser finita, infinita periódica o infinita semiperiódica. Pero existen números que no pueden representarse como fracción, y su representación decimal infinita es no periódica. Estos conforman el conjunto de los **números irracionales** ($\mathbb{I}$).

El conjunto de los **números reales** ($\mathbb{R}$) incluye los números racionales ($\mathbb{Q}$) y los números irracionales ($\mathbb{I}$). Es decir: $\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{I}$.

- Reales
  - Racionales
    - Enteros
      - Naturales
      - Cero
      - Enteros negativos
  - Irracionales

Los conjuntos $\mathbb{Q}$ y $\mathbb{I}$ son disjuntos, es decir, no existe un número real que sea racional e irracional simultáneamente.

El conjunto de los números reales, con la adición y la multiplicación, cumple las propiedades de clausura, conmutatividad, asociatividad, distributividad de la multiplicación respecto de la adición, existencia del elemento neutro para la adición y para la multiplicación, así como del elemento opuesto aditivo y el inverso multiplicativo.

Glosario

Número irracional: No puede representarse como el cociente entre dos números enteros, con divisor diferente de cero. Escrito en forma decimal, es infinito y no tiene período.

El método de demostración conocido como **reducción al absurdo** consiste en suponer lo contrario a lo que se desea demostrar para llegar a una contradicción.

¿A que se refieren estas propiedades?
Explícalas dando un ejemplo de cada una.

Actividades de práctica

1. Identifica si cada número pertenece ($\in$) o no pertenece ($\notin$) al conjunto dado.

	$\mathbb{N}$	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{Q}$	$\mathbb{I}$
21				
3,14				
– 256 898				
$\sqrt{144}$				
$\sqrt{35}$				
$-\sqrt{49}$				
– 29,1				
12,7639876				
$\sqrt{3}$				

2. Resuelve las operaciones y clasifica los números en racionales o irracionales.

   a. $\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{5}$

   b. $(\sqrt{3})^{-2}$

   c. $\dfrac{\sqrt{29-\sqrt{16}}}{\sqrt{9}}$

   d. $1+\sqrt{121}$

   e. $(\sqrt{5}-1)^{2}$

3. Expresa los siguientes números decimales como fracción.

   a. 6,2
   b. 4,38
   c. 2,552
   d. 7,9913
   e. $0,\overline{51}$
   f. $0,\overline{025}$
   g. $0,4\overline{26}$
   h. $2,4\overline{35}$