2º medio

Aprendo
sin parar

Solucionario

semana
4

Ministerio de Educación
Gobierno de Chile
UNIDAD DE CURRÍCULUM Y EVALUACIÓN UCE

6.
- a. $3\sqrt[3]{2}$
- b. $2\sqrt[4]{10}$
- c. $10\sqrt[3]{9}$
- d. $\sqrt[4]{a^3b^9}$
- e. $\sqrt[3]{p^5q^4r}$
- f. $\sqrt[3]{60\,p^5q^8}$

Tema 2: ¿Qué representan las potencias de exponente fraccionario?

Página 46

1.
- a. 4^6
- b. a^{12}

2. Cuando se tiene la potencia de una potencia, los índices se deben multiplicar.

3.
- a. 3
- b. 6

4. Equivalen a raíces.

6.
- a. Es correcta, $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} = \left(a^{\frac{1}{n}}\right)^m = \left(\sqrt[n]{a}\right)^m$
- b. $a^{\frac{m}{n}}$ es la n-ésima raíz de a elevado a m.
  $2^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{2^3}$; $3^{\frac{4}{5}} = \sqrt[5]{3^4}$; $4^{\frac{5}{6}} = \sqrt[6]{4^5}$.

Página 47

1.
- a. Cuando los índices de raíces son iguales, las cantidades subradicales se pueden multiplicar.
  $\sqrt[z]{x} \cdot \sqrt[z]{y} = \sqrt[z]{x \cdot y}$
- b. $x^z \cdot y^z = (x \cdot y)^z$

2.
- a. $\sqrt[5]{16} : \sqrt[5]{8} = \sqrt[5]{16:8} = \sqrt[5]{2}$
- b. $2\sqrt[7]{3} = \sqrt[7]{2^7} \cdot \sqrt[7]{3} = \sqrt[7]{2^7 \cdot 3}$

Página 48

1.
- a. $\sqrt[5]{6}$
- b. $\sqrt[3]{8}$
- c. $\sqrt[9]{24^5}$
- d. $\sqrt[2]{x^5}$
- e. $\sqrt[4]{q^7}$
- f. $\sqrt[n]{101^3}$

2. $\sqrt[an]{x^{bn}} = x^{\frac{bn}{an}} = x^{\frac{b}{a}} = \sqrt[a]{x^b}$

3.
- a. $\sqrt[8]{p^6}$
- b. q^3
- c. $\sqrt[2]{p}$
- d. $\sqrt[5]{p^4q^3}$
- e. $\sqrt[2]{pq}$

4.
- a. $a = b = 2 \Rightarrow (2+2)^{\frac{1}{2}} = 2 \neq 2\sqrt{2} = 2^{\frac{1}{2}} + 2^{\frac{1}{2}}$
- b. $a = b = \sqrt{2} \Rightarrow \left(\sqrt{2}^2 + \sqrt{2}^2\right)^{\frac{1}{2}} = 2 \neq 2\sqrt{2} = \sqrt{2} + \sqrt{2}$
- c. $a = b = 2 \Rightarrow (2+2)^{\frac{1}{2}} = 2 \neq \frac{1}{16} = \frac{1}{(2+2)^2}$

5. Demostración, $\sqrt[y]{\sqrt[x]{a}} = \sqrt[y]{a^{\frac{1}{x}}} = \left(a^{\frac{1}{x}}\right)^{\frac{1}{y}} = a^{\frac{1}{xy}} = \left(a^{\frac{1}{y}}\right)^{\frac{1}{x}} = \left(\sqrt[y]{a}\right)^{\frac{1}{x}} = \sqrt[x]{\sqrt[y]{a}}$

6.
- a. Primera igualdad, $\sqrt[5]{a^3} \cdot \sqrt[7]{a^5} = a^{\frac{3}{5}} \cdot a^{\frac{5}{7}} = a^{\frac{3}{5}+\frac{5}{7}} = a^{\frac{46}{35}} = \sqrt[35]{a^{46}}$

  Segunda igualdad, $\dfrac{\sqrt[7]{a^5}}{\sqrt[5]{a^3}} = \dfrac{a^{\frac{5}{7}}}{a^{\frac{3}{5}}} = a^{\frac{5}{7}} \cdot a^{-\frac{3}{5}} = a^{\frac{5}{7}-\frac{3}{5}} = a^{\frac{4}{35}} = \sqrt[35]{a^4}$
- b. Primera igualdad, $\sqrt[r]{a^s} \cdot \sqrt[t]{a^u} = \sqrt[rt]{a^{st+ru}}$.

  Segunda igualdad, $\dfrac{\sqrt[r]{a^s}}{\sqrt[t]{a^u}} = \sqrt[rt]{a^{st-ru}}$

Página 49

7.
- a. $\sqrt[15]{4^{12} \cdot 3^{10}}$
- b. $\sqrt[6]{7^{13}}$
- c. $\sqrt[15]{3^{31}}$
- d. $\sqrt[21]{a^{-26} \cdot b^{26}}$
- e. $\sqrt[12]{3^3 \cdot 4^4 \cdot p^7}$
- f. $\sqrt[12]{2^{11}}$
- g. $\sqrt[10]{2^3}$
- h. $\sqrt[20]{a^{-1}}$
- i. $\sqrt[12]{3^4 \cdot p^{-9}}$
- j. $2\sqrt[3]{x} - 3x$

8.
- a. $\sqrt[3]{12}$
- b. $\sqrt[5]{2 \cdot 5^2}$
- c. $\sqrt[6]{\frac{3}{2}}$
- d. 4
- e. $3\sqrt[3]{154}$
- f. $\sqrt[5]{2^3 \cdot 5^8}$
- g. $\sqrt[3]{\frac{a}{b}}$
- h. $\sqrt[4]{\frac{p^3}{q}}$

Tema 3: ¿Qué son los logaritmos?

Página 50

1. Respuesta abierta

2.

	10	4	$\log_{10}(10\,000) = 4$
$6^{-2} = \frac{1}{36}$			$\log_6\left(\frac{1}{36}\right) = -2$
$9^0 = 1$	9	0	
	5	−3	$\log_5(0{,}008) = -3$
$64^{\frac{1}{3}} = 4$	64	$\frac{1}{3}$	

3.
- a. No, ya que no estaría definida para todos los reales.
- b. No, ya que, si la base es positiva, todas sus potencias son positivas. No, ya que ninguna potencia es cero.
- c. 0. 0. No depende de la base, ya que todo número elevado a cero es uno.

Página 52

1.
- a. V, $5^2 = 25$
- b. F, $2^{0,5} = \sqrt{2} \neq 0{,}25$
- c. F, $9^2 = 81$
- d. F, $1^0 = 1$
- e. F, $10^{100} > 2$
- f. V, $e^1 = e$
- g. F, $4^{-2} = \frac{1}{16} = 0{,}0625$
- h. V, $36^{0,5} = \sqrt{36} = 6$
- i. V, $\log_{\sqrt{3}}(81)^{-\frac{1}{5}} =$
  $-\frac{1}{5}\log_{\sqrt{3}}\left(\sqrt{3}^{\,8}\right) = -\frac{8}{5}$
- j. V, $\left(\frac{1}{5}\right)^{-3} = 5^3 = 125$
- k. V, $\log 10^5 = 5\log 10 = 5$
- l. F, $8^{\frac{3}{2}} = \sqrt{512}$

2.
- a. $\log_9(729) = 3$
- b. $\log_5\left(\frac{1}{25}\right) = -2$
- c. $\log_{0,3}(0{,}09) = 2$
- d. $\log_{\frac{2}{3}}\left(\frac{32}{243}\right) = 5$
- e. $\log_{0,01}(10\,000) = -2$
- f. $\log_{\frac{1}{2}}(64) = -6$
- g. $\log_{27}\left(\frac{1}{3}\right) = -\frac{1}{3}$

3.
- a. 0,5
- b. 2
- c. 2
- d. 6561
- e. −2
- f. −0,5
- g. $-\frac{1}{6}$
- h. 25
- i. 6561
- j. $\frac{1}{10}$

Página 53

4.

a.

10^{-11}
10^{-10}
10^{-4}
10^{-2}
10^{3}
10^{6}

b. 50 dB como límite deseable y 120 dB donde comienza el dolor.

c. 1 W/m^2 y 120 dB

d. 10 log (2) dB.

¿Qué aprendí hoy?

a. 10 mg

b. 14,95 horas.

c. 2,014 mg

d. 1:30 a.m.

Página 54

1.

a. 1

b. 0

c. 0

d. 1

e. 1

f. 0. Podemos concluir que todo logaritmo de 1 es 0 y que todo logaritmo de un número con base de mismo número, es 1.

2.

a. V

b. F

c. V

d. V

e. F

f. V

g. V

h. F. Se puede concluir que el logaritmo de una multiplicación es la suma de logaritmos. Siempre ocurre. $\log_x(y \cdot z) = \log_x(y) + \log_x(z)$

Página 55

3.

a. V

b. F

c. F

d. V

e. V

f. V

g. F

h. V. Se puede concluir que el logaritmo de una división es la resta de logaritmos. Siempre ocurre. $\log_x(y:z) = \log_x(y) - \log_x(z)$

4.

a. V

b. F

c. V

d. V. Se puede concluir que el logaritmo de una potencia es el exponente por el logaritmo de la base de la potencia. Siempre ocurre. $\log_x(y^z) = z \cdot \log_x(y)$

Tema 4: ¿Cuáles son las propiedades de los logaritmos?

Página 56

1. Respuesta abierta

2.

a. $2\log(a) + 3\log(b) - 2\log(2)$

b. $\frac{1}{2}\log(a) - \log(b) - 3\log(c)$

c. $\frac{3}{4}[\log(a) + \log(b) + \log(c)]$

Página 57

3.

a. $\log(5^2 \cdot 2 \cdot 3^{-2})$

b. $\log(5^{\frac{1}{2}} \cdot 2^{-\frac{3}{2}} \cdot 3^{-\frac{1}{2}})$

c. $\log\left(p^{\frac{23}{4}} \cdot q^{\frac{3}{2}}\right)$

Página 58

1.

a. 1,15

b. 1,55

c. 1,76

d. 1,81

e. 2

f. 2,08

g. 1,96

h. 2,1

2.

a. Sí

b. Sí

c. Sí

d. No

e. No

3.

a. log (40)

b. log (45)

c. $\log(5^{\frac{19}{2}})$

d. $\log\left(\frac{30^{\frac{1}{2}}}{12}\right)$

e. $\log\left(\frac{a^2 + b}{a}\right)$

f. $\log\left(\frac{p^a}{q^{3c}}\right)$

g. $\log\left(\frac{p^{\frac{1}{2}} \cdot r^{\frac{1}{6}} \cdot s^{\frac{2}{3}}}{q^4}\right)$

4.

Página 59

5.

a. 0

b. 20

c. $N = 20\log\left(\frac{p}{2 \cdot 10^{-4}}\right) = 20\left(\log\left(\frac{p}{2}\right) + \log(10^4)\right) =$

$20\left(\log\left(\frac{p}{2}\right) + 4\log(10)\right) = 20\left(\log\left(\frac{p}{2}\right) + 4\right)$

Página 61

1. No; Tiempo 13
2. El número por el que se multiplica es 3.

Página 62

1.

a. F, contraejemplo: $\sqrt{9} = 3$

b. F, $\sqrt{x^2} > 0$ para todo x distinto de 0.

c. F, $\left(\sqrt{a} + \sqrt{b}\right)^2 = a + b + 2\sqrt{ab} \neq a + b = (\sqrt{a})^2 + \left(\sqrt{b}\right)^2$

d. F, contraejemplo: $\frac{1}{\sqrt{2} - 1} = \frac{\sqrt{2} + 1}{1}$

e. F, se lee como logaritmo de b en base a.

f. F, $\log_1(x) = 1$ para cualquier $x > 0$

g. F, la función logaritmo no está definido para valores negativos.

h. F, contraejemplo: $\log_{10}(0,1) = -1$

i. F, haciendo cambio de base, tenemos que $\log_a(x) + \log_b(x) = \log_{ab}(x)\left(\frac{1}{\log_{ab}(a)\ \log_{ab}(b)}\right)$

2.

a. 6

b. 10

c. 6

d. 6

3.

a. $6\sqrt[3]{5}$

b. $2\sqrt[4]{5} - 1$

c. 2

d. $\sqrt[5]{2^7 \cdot 3} - \sqrt[5]{2^6 \cdot 3} - \sqrt[4]{2 \cdot 3}$

Página 63

4.

a. $3^{\frac{6}{5}} \cdot 5^{\frac{2}{3}}$

b. $11^{\frac{13}{6}}$

c. $5^{\frac{29}{10}}$

d. $a^{\frac{1}{6}} \cdot b^{\frac{4}{3}}$

e. $p^{\frac{37}{12}}$

f. $2^{\frac{5}{12}}$

5.

a. $2^3 \cdot 5^{\frac{2}{3}}$ km^2

b. No le alcanza, el perímetro es de $12\sqrt{5}$ km ≈ 26,3 km.