

TEXTO DEL ESTUDIANTE

# Matemática

Eduardo Díaz V. Natalia Ortiz S. Katherine Morales V.  
Manuel Rebolledo H. Robbie Barrera Y. Patricio Norambuena M.

2<sup>o</sup>  
MEDIO



EDICIÓN ESPECIAL PARA EL MINISTERIO DE EDUCACIÓN.  
PROHIBIDA SU COMERCIALIZACIÓN





2<sup>o</sup> medio

# MATEMÁTICA

## TEXTO DEL ESTUDIANTE

**Eduardo Díaz Valenzuela**

Licenciado en Educación Matemática  
y Computación

Profesor de Estado en Matemática y  
Computación

**Natalia Ortiz Solís**

Licenciada en Educación Matemática  
y Computación

Profesora de Estado en Matemática y  
Computación

**Patricio Norambuena Morales**

Licenciado en Educación Matemática  
y Computación

**Katherine Morales Valderrama**

Licenciada en Educación Matemática  
y Computación

**Manuel Rebolledo Hernández**

Licenciado en Matemática

**Robbie Barrera Yáñez**

Profesor de Estado en Física y Matemática

La fotografía de la portada corresponde al edificio con forma de cono de Sathorn square, ubicado en Bangkok, Tailandia.

En este texto se utilizaron las siguientes familias tipográficas: Aspira Nar, Exo 2 y Ames.

En el desarrollo del Texto del estudiante de Matemática 2° medio SM, participó el siguiente equipo:

**Dirección editorial**

Arlette Sandoval Espinoza

**Coordinación área Matemática**

Lucía Donoso Suárez

**Edición**

Patricio Norambuena Morales

**Ayudante de edición**

Jessica Vásquez Ojeda

**Autoría**

Eduardo Díaz Valenzuela

Natalia Ortiz Solís

Katherine Morales Valderrama

Patricio Norambuena Morales

Manuel Rebolledo Hernández

Robbie Barrera Yáñez

**Consultoría**

Verónica Muñoz Correa

**Corrección de estilo y prueba**

Víctor Navas Flores

**Desarrollo de solucionario**

Tomás Bralić Muñoz

Yaritzza Dinamarca Castro

**Dirección de arte y diseño**

Carmen Gloria Robles Sepúlveda

**Coordinación de diseño**

Gabriela de la Fuente Garfías

**Iconografía**

Vinka Guzmán Tacla

**Diseño y diagramación**

Williams Gálvez Baettig

**Fotografías**

Banco de imágenes SM

Shutterstock

Wikimedia Commons

**Jefatura de planificación**

Andrea Carrasco Zavala

**Gestión de derechos**

María Loreto Ríos Melo

Este texto corresponde al primer año de Educación Media y ha sido elaborado conforme al Decreto Supremo N° 193/2019, del Ministerio de Educación de Chile.

©2020 – SM S.A. – Coyancura 2283 piso 2 – Providencia.

ISBN: 978-956-403-070-8 / Depósito legal: 2020-A-9277

Segundo año de uso facultativo.

Cantidad de uso autorizada: 204053

Cantidad de ejemplares impresos: 183648

Quedan rigurosamente prohibidas, sin la autorización escrita de los titulares del "Copyright", bajo las sanciones establecidas en las leyes, la reproducción total o parcial de esta obra por cualquier medio o procedimiento, comprendidos la reprografía y el tratamiento informático, y la distribución en ejemplares de ella mediante alquiler o préstamo público.

En este libro se utilizan de manera inclusiva términos como "los niños", "los padres", "los hijos", "los apoderados", "profesores" y otros que refieren a hombres y mujeres.

De acuerdo con la norma de la Real Academia Española, el uso del masculino se basa en su condición de término genérico, no marcado en la oposición masculino/femenino; por ello se emplea el masculino para aludir conjuntamente a ambos sexos, con independencia del número de individuos de cada sexo que formen parte del conjunto. Este uso evita además la saturación gráfica de otras fórmulas, que puede dificultar la comprensión de lectura y limitar la fluidez de lo expresado.

# PRESENTACIÓN

## Te damos la bienvenida a tu Texto de Matemática

El pensamiento matemático favorece el desarrollo de una actitud reflexiva y la comprensión de razonamientos y conceptos. La aplicación de la Matemática en diversos ámbitos permite cuantificar, razonar, representar y comunicar relaciones que se dan en el entorno.

Este texto está dividido en cuatro grandes unidades:

1. Números.
2. Álgebra y funciones.
3. Geometría.
4. Probabilidad y estadística.

Estos íconos te ayudarán a guiarte en tu Texto.

 Preguntas metacognitivas.

 Actividades que desarrolla habilidades de orden superior (analizar, evaluar y crear).



72 a 76

Páginas del Cuaderno de Actividades asociadas al tema trabajado.



$\forall$ : *para todo*.

$\exists$ : *existe*.

Ayudas para comprender y realizar las actividades.

Para comprobar.



Para ingresar, debes copiar el link en la barra de direcciones.



Presentación..... 3

**Unidad 1** **NÚMEROS** ..... 6

**Activo lo que sé** ..... 8

**Lección 1:** Los números reales ..... 9

- El conjunto de los irracionales ..... 9
- Calcular en  $\mathbb{R}$  ..... 11
- Estimar en  $\mathbb{R}$  ..... 14

**Antes de continuar** ..... 18

**Lección 2:** Potencias y raíces enésimas ..... 19

- Raíz enésima ..... 19
- Raíces enésimas y potencias de exponente racional ..... 22
- Racionalización ..... 24

**Antes de continuar** ..... 27

**Lección 3:** Logaritmos ..... 28

- Definición de logaritmos ..... 28
- Propiedades de los logaritmos ..... 30
- Aplicaciones de los logaritmos ..... 34

**Antes de continuar** ..... 37

**¿Qué aprendí?** ..... 38

**Unidad 2** **ÁLGEBRA Y FUNCIONES** ..... 40

**Activo lo que sé** ..... 42

**Lección 4:** Cambio porcentual constante ..... 43

- Definición de cambio porcentual ..... 43
- Aplicaciones de cambio porcentual ..... 47

**Antes de continuar** ..... 50

**Lección 5:** Ecuaciones de segundo grado ..... 51

- La ecuación de segundo grado ..... 51
- Resolución de una ecuación de segundo grado por factorización ..... 53
- Resolución de una ecuación de segundo grado por completación de cuadrados ..... 56
- Resolución de una ecuación de segundo grado por fórmula general ..... 59

**Antes de continuar** ..... 62

**Lección 6:** Funciones de segundo grado ..... 63

- Función cuadrática ..... 63
- Representación de una función cuadrática ..... 65
- Variación de parámetros de una función cuadrática ..... 69
- Aplicaciones de la función cuadrática ..... 72

**Antes de continuar** ..... 75

**Lección 7:** Función inversa ..... 76

- Definición de la función inversa ..... 76
- Representación de una función inversa ..... 79
- Función inversa de la función lineal y afín ..... 83
- Función inversa de la función cuadrática ..... 87

**Antes de continuar** ..... 91

**¿Qué aprendí?** ..... 92



Unidad

**3**

**GEOMETRÍA ..... 94**

**Activo lo que sé** ..... 96

**Lección 8:** Esfera ..... 97

- Definición de esfera ..... 97
- Volumen de la esfera ..... 99
- Área de la superficie de la esfera ..... 102

**Antes de continuar** ..... 105

**Lección 9:** Razones trigonométricas ..... 106

- Razones trigonométricas en triángulos rectángulos ..... 106
- Aplicaciones de las razones trigonométricas ..... 110
- Vectores y trigonometría ..... 113

**Antes de continuar** ..... 117

**¿Qué aprendí?** ..... 118

Unidad

**4**

**PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA ..... 120**

**Activo lo que sé** ..... 122

**Lección 10:** Técnicas de conteo ..... 123

- Principios básicos de conteo ..... 123
- Permutaciones ..... 126
- Variaciones ..... 128
- Combinaciones ..... 130
- Aplicaciones ..... 132

**Antes de continuar** ..... 135

**Lección 11:** Variable aleatoria ..... 136

- Definición de variable aleatoria ..... 136
- Probabilidad de una variable aleatoria ..... 139
- Gráfica de la distribución de una función de probabilidad ..... 143

**Antes de continuar** ..... 147

**Lección 12:** Probabilidad en la sociedad ..... 148

- La probabilidad en los medios de comunicación ..... 148
- Probabilidad y toma de decisiones ..... 151
- Interpretación de la probabilidad ..... 154

**Antes de continuar** ..... 157

**¿Qué aprendí?** ..... 158

**Síntesis** ..... 160

- Unidad 1 ..... 160
- Unidad 2 ..... 161
- Unidad 3 ..... 162
- Unidad 4 ..... 163

**Glosario** ..... 164

**Solucionario** ..... 165

**Bibliografía y sitios web** ..... 200



# Números

En esta Unidad aprenderás sobre el conjunto de los números reales. Además, aprenderás sobre los logaritmos y sus propiedades.

1. Los patrones espirales del girasol en la imagen corresponden a 55 antihorarios y 34 en sentido horario. ¿Qué número se obtiene al dividir  $55 : 34$ ?
2. ¿Consideras que el resultado anterior es cercano al número  $\varphi$ ? Comenta con tu curso.



Para saber más.

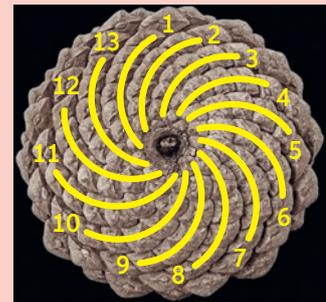
[gbit.cl/T21M2MP007A](http://gbit.cl/T21M2MP007A)



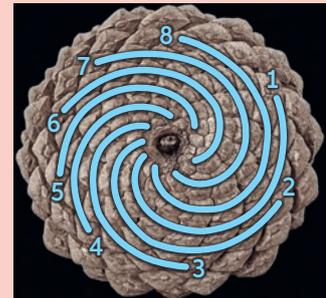
El número de oro, denotado por la letra griega  $\varphi$  (phi o fi), es un número equivalente al resultado de  $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$ , es decir 1,61803...

La sucesión de Fibonacci es un patrón de números fuertemente vinculado con el número de oro. Para formarla, se comienza con los números 1 y 1, el siguiente número, el 2, se forma a partir de los dos primeros ( $1 + 1$ ), luego el 3 es ( $2 + 1$ ), 5 es ( $3 + 2$ ). Si continuas, obtendrás la sucesión: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55 y así sucesivamente.

El mundo natural está repleto de matemáticas, incluso las semillas y los conos de pino se encuentran organizadas en patrones espirales. Por ejemplo, si contamos en sentido de las agujas del reloj los patrones:



Y luego en contra de las agujas del reloj:



Corresponden a dos números seguidos de la sucesión de Fibonacci, cuya división  $\frac{13}{8} = 1,625$  se acerca a  $\varphi$ .

3. ¿Por qué crees que phi no pertenece al conjunto de los números racionales?, ¿qué característica debería tener para que así fuera?
4. Investiga la relación del número  $\varphi$  con el arte, la arquitectura y el cuerpo humano.

- Resuelve las ecuaciones y determina el o los conjuntos numéricos al que pertenece(n) la solución.
  - $x + 2 = 5$
  - $5x - 12 = -7$
  - $22 + 5x = -3$
- Clasifica los números en decimal finito, infinito periódico o semiperiódico.
 

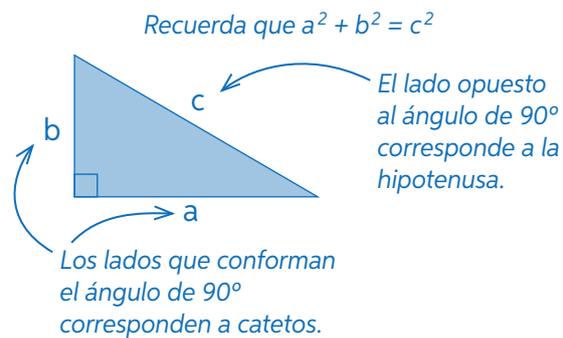
a. 0,12	d. $5,\overline{797}$	g. $15,\overline{15}$
b. $2,\overline{5}$	e. $\frac{14}{20}$	h. $\frac{24}{18}$
c. $\frac{7}{30}$	f. 4,622	i. $\frac{99}{8}$
- Expresa cada número decimal como fracción irreducible.
 

a. 8,2	b. $1,\overline{3}$	c. $5,0\overline{24}$
--------	---------------------	-----------------------
- Una torre tiene hasta los  $\frac{3}{8}$  de su capacidad. Si se agregan 1 600 L de agua, se llena. ¿Qué capacidad tiene la torre?
- Resuelve las operaciones.
 

a. $1 + \frac{1}{3} - 0,\overline{3}$	b. $\frac{1}{3} + \frac{2}{5} : \frac{1}{2} - \frac{7}{15}$
---------------------------------------	---
- Evalúa si las afirmaciones son verdaderas o falsas. Justifica tu respuesta.
  - Todo número elevado a cero es igual a 1.
  - Si la base de una potencia es menor que cero y su exponente es par, el resultado es positivo.
- Resuelve las multiplicaciones utilizando productos notables.
  - $(x + 9)(x + 9)$
  - $(3x^2 - 7)(3x^2 + 1)$

- Aplica las propiedades de las potencias para resolver. Expresa el resultado final como potencia de exponente positivo.
  - $\left(\frac{3}{2}\right)^4 \cdot \frac{1,5^{-4}}{0,25^2}$
  - $\left[\left(\frac{3}{8}\right)^5 \cdot \left(\frac{8}{3}\right)^{-3} : \left(\frac{2}{3}\right)^8\right]^{-3}$
  - $\frac{12^{-3} \cdot (9^8)^{-2} \cdot 12^{-1}}{(9^4 \cdot 9^6)^8}$

- Resuelve los siguientes problemas utilizando el teorema de Pitágoras.



- Un cateto de un triángulo rectángulo mide 24 cm y la hipotenusa, 40 cm. ¿Cuánto mide el otro cateto?
  - Se afirma que un triángulo de lados 5, 7 y 35 cm es rectángulo ya que:
 
$$5^2 + 7^2 \rightarrow (7 \cdot 5)^2 \rightarrow 35^2$$
 ¿Cuál fue el error cometido?
- Aproxima a la décima los siguientes números mediante el método de redondeo.
 

a. $3,\overline{051}$	b. $-3,\overline{57}$
-----------------------	-----------------------
  - Aproxima a la centésima los siguientes números mediante el método de truncamiento.
 

a. $9,\overline{915}$	b. $-0,\overline{891}$
-----------------------	------------------------

## Reflexiono

- ¿Lograste realizar todas las actividades sin problemas? ¿Cuáles te resultaron más difíciles?
- ¿Hay algún contenido que debas reforzar? ¿Cómo lo harás?

## El conjunto de los irracionales ( $\mathbb{Q}^*$ )

Objetivo: Conocer el conjunto de los números reales.

¿Cuál es la hipotenusa de un triángulo rectángulo cuyos lados miden 3 cm y 4 cm? ¿Qué procedimiento usarías para determinarla?

1. ♦ En parejas, realicen la siguiente actividad utilizando una regla y calculadora científica.
  - a. Construyan en su cuaderno un cuadrado cuyo lado mida 1 cm. Tracen la diagonal y médanla con una regla. ¿Cuál es su valor? Anótenlo.
  - b. Apliquen el teorema de Pitágoras para calcular la diagonal del cuadrado. Luego, ingresen este número a la calculadora. ¿Cuántos decimales obtuvieron? ¿A qué tipo de decimal corresponde?
  - c. ¿Por qué el número obtenido no pertenece al conjunto de los números racionales? Expliquen y compartan sus respuestas con sus compañeros de curso.

Existen números que tienen infinitas cifras decimales sin períodos. Este tipo de números, como  $\sqrt{2}$ , son denominados números irracionales.

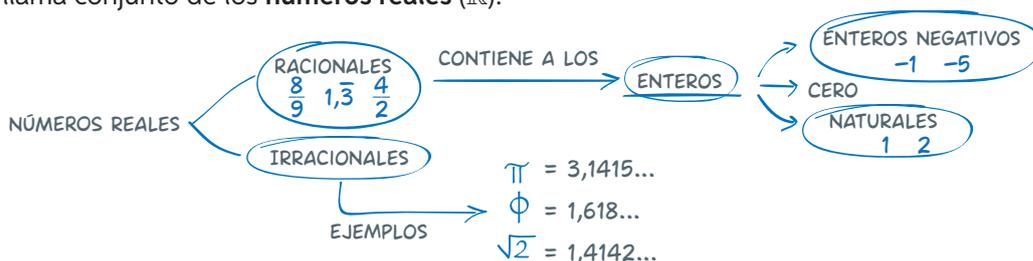
El conjunto de los **números irracionales** se simboliza por  $\mathbb{Q}^*$ , y está formado por todos los números que no se pueden representar como un número racional, ya que su parte decimal es infinita no periódica, es decir, no se pueden escribir de la forma  $\frac{p}{q}$  con  $p, q \in \mathbb{Z}$  y  $q \neq 0$ .

Algunos números irracionales son:

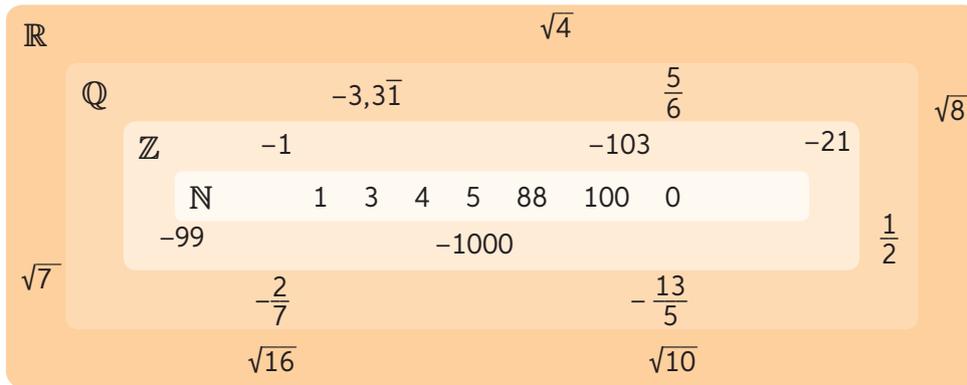
$$\sqrt{2} = 1,414213562373\dots$$

$$\pi = 3,14159265358979\dots$$

El conjunto que contiene tanto a los números racionales como a los irracionales se llama conjunto de los **números reales** ( $\mathbb{R}$ ).



2. Analiza el siguiente esquema de conjuntos de números reales. Luego, responde.



- Analiza los elementos que se anotaron en cada conjunto. ¿Se encuentran todos bien anotados?
- ¿Cuál es el error que se cometió al realizar el esquema anterior? Compara tu respuesta en parejas.
- Comenta con tu curso: ¿Qué precaución tendrías al construir un diagrama similar?

3. Clasifica los siguientes números en racionales ( $\mathbb{Q}$ ) o irracionales ( $\mathbb{Q}^*$ ).

- |        |                       |                    |                      |
|--------|-----------------------|--------------------|----------------------|
| a. -18 | c. $\sqrt{3}$         | e. $-\frac{21}{3}$ | g. $2,0\overline{8}$ |
| b. 0   | d. $-0,5\overline{7}$ | f. $\sqrt{36}$     | h. $1,\overline{9}$  |

4. Escribe:

- Cinco números racionales.
- Cinco números irracionales.
- Cinco números reales.
- Cinco números enteros que no sean números naturales.

5. ♦ Determina si cada afirmación es verdadera o falsa. Justifica las falsas con un contraejemplo.

- Todo número decimal infinito periódico es racional.
- El 0 es un número racional e irracional.
- Todo número entero es un número racional.
- Existen números reales que no son racionales ni irracionales.

### Para concluir

- ¿Qué diferencia(s) hay entre los números irracionales y los racionales? Explica.
- ♦ Utiliza la calculadora y determina el valor de cada raíz cuadrada. Para ello, considera 3 cifras decimales:  $\sqrt{3}$ ,  $\sqrt{4}$ ,  $\sqrt{5}$ ,  $\sqrt{9}$ ,  $\sqrt{10}$ . ¿Qué resultados son números enteros? En el caso de los números primos, ¿sus raíces cuadradas son números irracionales? ¿Por qué crees que ocurre esto?

