

Unidad 2: Comprender la media muestral, las medidas de dispersión y la correlación

Propósito de la unidad

Los estudiantes desarrollan actividades que les permiten comprender cómo las medidas de dispersión entregan información acerca de la distribución de datos recopilados. Resuelven problemas que involucran muestras, desviaciones, varianzas y también la correlación entre variables, de modo manual y con herramientas digitales. Analizan críticamente, argumentan y toman decisiones. Algunas preguntas que pueden orientar esta unidad son: ¿A partir de qué condiciones tienden las medias muestrales a la media poblacional? ¿Por qué la correlación entre variables permite justificar la toma de decisiones?

Objetivos de Aprendizaje

OA 2.

Resolver problemas que involucren los conceptos de media muestral, desviación estándar, varianza, coeficiente de variación y correlación muestral entre dos variables, tanto de forma manuscrita como haciendo uso de herramientas tecnológicas digitales.

OA b. Resolver problemas que impliquen variar algunos parámetros en el modelo utilizado y observar cómo eso influye en los resultados obtenidos.

OA d. Argumentar, utilizando lenguaje simbólico y diferentes representaciones para justificar la veracidad o falsedad de una conjetura, y evaluar el alcance y los límites de los argumentos utilizados.

OA i. Buscar, seleccionar, manejar y producir información matemática/cuantitativa confiable a través de la web.

Actividad 1: Analizar información gráfica en diferentes contextos

PROPÓSITO

Se espera que los estudiantes entiendan mejor la media aritmética muestral y la desviación estándar muestral. Se propone explorar la invariancia de la media al modificar la frecuencia en distribuciones simétricas, o sobre la toma de decisiones basadas en la representatividad de la media muestral, y el rol de la desviación estándar y sus propiedades.

Objetivos de Aprendizaje

OA 2. Resolver problemas que involucren los conceptos de media muestral, desviación estándar, varianza, coeficiente de variación y correlación muestral entre dos variables, tanto de forma manuscrita como haciendo uso de herramientas tecnológicas digitales.

OA b. Resolver problemas que impliquen variar algunos parámetros en el modelo utilizado y observar cómo eso influye en los resultados obtenidos.

OA d. Argumentar, utilizando lenguaje simbólico y diferentes representaciones para justificar la veracidad o falsedad de una conjetura, y evaluar el alcance y los límites de los argumentos utilizados.

OA i. Buscar, seleccionar, manejar y producir información matemática/cuantitativa confiable a través de la web.

Actitudes

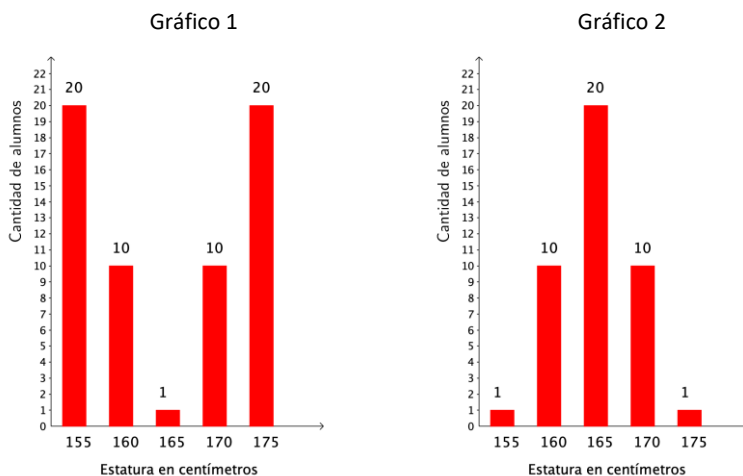
- Interesarse por las posibilidades que ofrece la tecnología para el desarrollo intelectual, personal y social del individuo.
- Pensar con perseverancia y proactividad para encontrar soluciones innovadoras a los problemas.

Duración: 12 horas pedagógicas

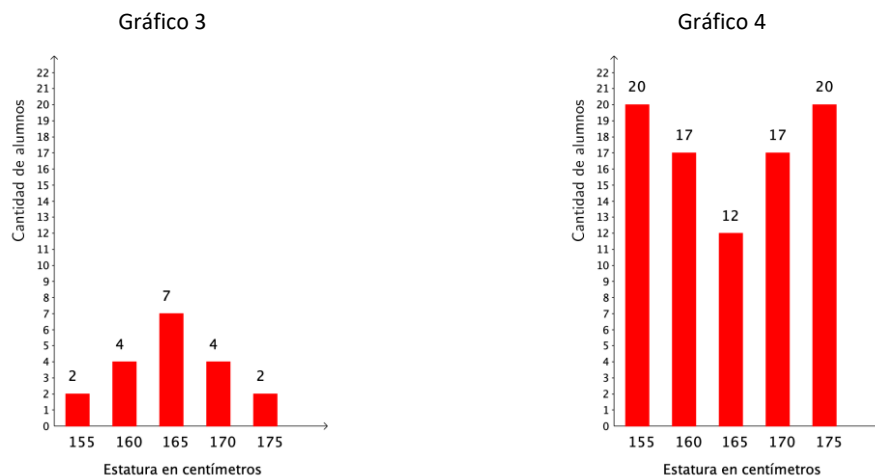
DESARROLLO

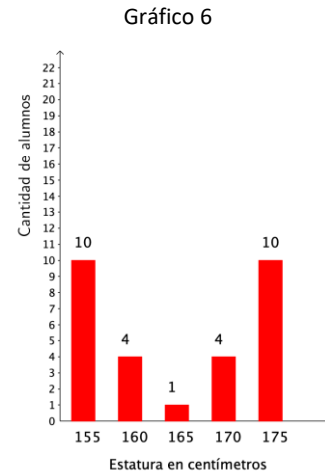
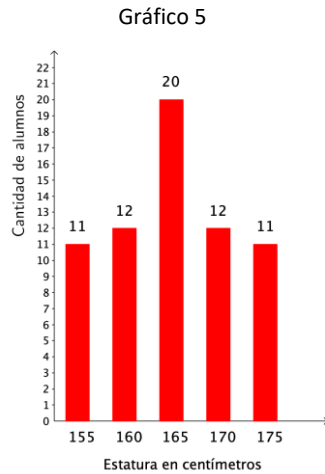
DETERMINANDO LA MEDIA ARITMÉTICA Y LA DESVIACIÓN ESTÁNDAR

- La media aritmética es altamente sensible a varias características de los datos cuantitativos. Para estudiar esto, desarrolla las siguientes actividades:
 - Observa el par de gráficos adjuntos, que resumen las estaturas observadas de dos grupos de 61 y 42 estudiantes, respectivamente, en dos colegios diferentes.



- Determina la media aritmética de cada grupo (observa que estos gráficos son similares a tablas de frecuencias de datos).
 - ¿Es posible decidir si un grupo es más alto que el otro? Explica tu razonamiento.
- Repite el cálculo de la media aritmética para los datos de otros grupos, que se muestran en los cuatro gráficos siguientes:





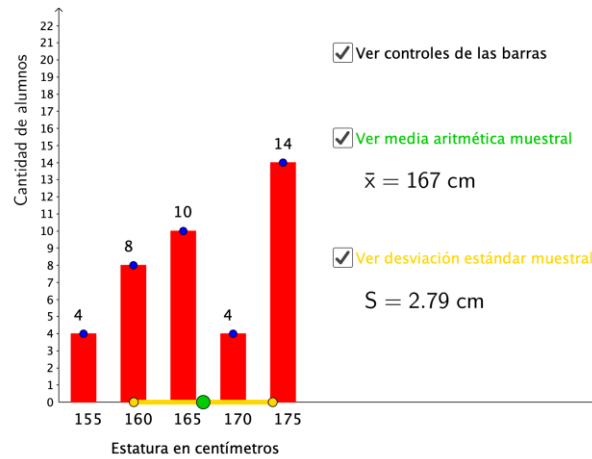
- a. ¿Qué observas en el valor de la media aritmética en cada gráfico?
 - b. ¿Existe alguna característica en la forma de cada gráfico o en la disposición de las barras que cause lo que ocurre con el valor de la media aritmética? Explica tu razonamiento.
3. Determina ahora la desviación estándar en cada uno de los seis gráficos anteriores.
- a. Organiza tus cálculos en la siguiente tabla:

	Gráfico 1	Gráfico 2	Gráfico 3	Gráfico 4	Gráfico 5	Gráfico 6
Media aritmética						
Desviación estándar						

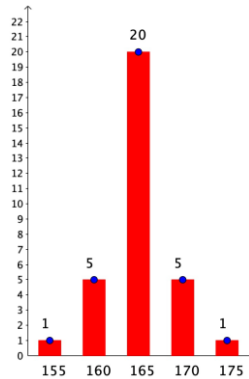
- b. ¿Existe alguna característica en la forma de cada gráfico o en la disposición de las barras que cause lo que ocurre con el valor de la desviación estándar? Explica tu razonamiento.

VISUALIZACIÓN DE LA DESVIACIÓN MEDIA Y ESTÁNDAR DESDE GRÁFICOS

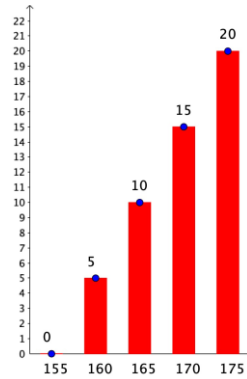
1. La media aritmética es altamente sensible a varias características de los datos cuantitativos.
 - a. Para estudiar esto, abre el *applet* “Visualización media aritmética y desviación estándar” en el siguiente enlace:
<https://www.curriculumnacional.cl/link/https://www.geogebra.org/m/bdyckssg>.
 - b. Al marcar la casilla “Ver controles de las barras”, aparecerán puntos azules con los que podrás cambiar las frecuencias de los datos. El punto verde representa la media aritmética ubicada entre los datos, y los puntos amarillos (con sus segmentos) representan la desviación estándar de los datos, como el intervalo $[\bar{x} - S, \bar{x} + S]$.



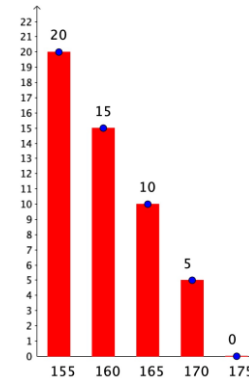
c. Explora cómo se afecta a la media con diferentes distribuciones de datos; para ello, cambia en el *applet* la distribución de algunas parecidas a las que se muestra en los siguientes gráficos, y observa cómo se comporta el valor de la media muestral:



$\bar{x} =$



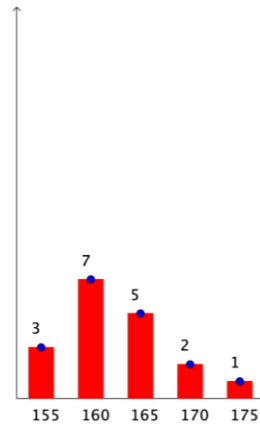
$\bar{x} =$



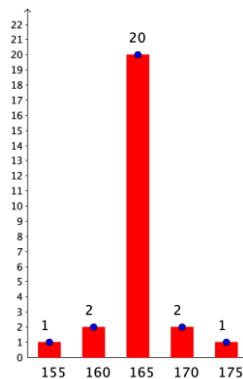
$\bar{x} =$

d. ¿Qué puedes concluir del valor de la media respecto de la forma de la distribución de los datos?

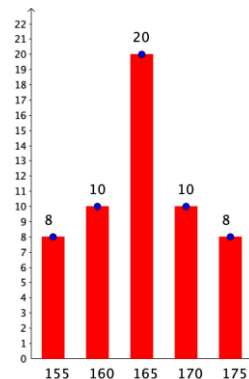
2. Explora cómo varía la media de una muestra cuando uno de los datos tiene una frecuencia demasiado alejada del resto. Para ello, construye en el *applet* un gráfico idéntico al adjunto.



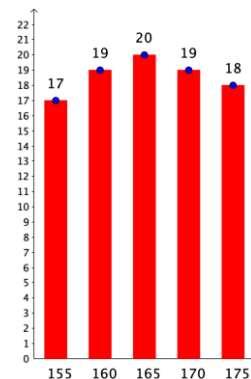
- Modifica la altura de la barra de frecuencia 1 (la última de la derecha) para que la frecuencia cambie a 10. Observa cómo se mueve el punto verde que indica la media de los datos, e identifica el valor que toma.
 - Cambia la altura de la barra que moviste (la de frecuencia 10). Observa cómo se mueve la media de los datos y vuelve a mirar el valor que toma.
 - ¿Cuánto era la media cuando la frecuencia era 1? ¿Cuánto es la media cuando la frecuencia es 20?
 - ¿Cómo cambió la media cuando se modificó la frecuencia de 1 a 20?
 - Compara la media cuando la frecuencia es 1 y cuando la frecuencia es 20. ¿En qué caso es más “razonable” el valor de la media?
3. En el *applet*, cambia la distribución de los datos por las que se muestran en los siguientes gráficos.
- Observa cómo se comporta el valor de la desviación estándar.



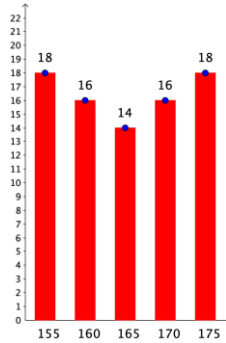
$S =$



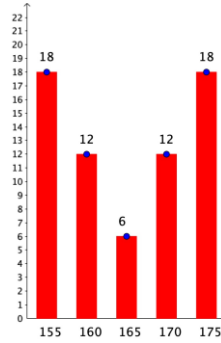
$S =$



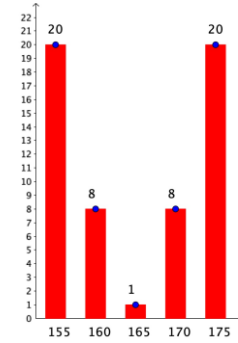
$S =$



$S =$

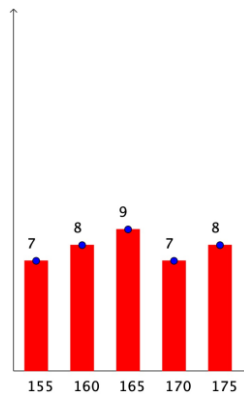


$S =$



$S =$

- b. ¿Qué puedes concluir del valor de la desviación estándar muestral respecto de la forma de la distribución de los datos? Explica tu razonamiento.
4. Explora cómo varía la desviación estándar de una muestra cuando uno de los datos tiene una frecuencia demasiado alejada del resto. Para ello, construye en el *applet* un gráfico idéntico al que se ve adjunto.



- Cambia las alturas (frecuencias) de las barras y observa cómo se mueve la barra amarilla, que indica la desviación estándar de los datos. Identifica el valor que toma.
 - Cambia a cero la frecuencia de los datos 155, 170 y 175. Observa cómo se mueve la desviación estándar de los datos y luego identifica el valor que toma.
 - ¿Cuánto era la desviación estándar antes de cambiar las frecuencias?
 - ¿Cuánto es la desviación estándar después de cambiar las frecuencias?
 - Interpreta la desviación estándar cuando la frecuencia tenía el primer valor y cuando tomó el segundo valor.
5. Determina cuál es el valor máximo y el valor mínimo que puede alcanzar la media muestral para los datos que se usa en los gráficos. ¿Cuáles serían estos mismos valores para un conjunto cuantitativo cualquiera de datos respecto del valor mínimo y del valor máximo de ellos? Justifica tus respuestas.

ANALIZAR GRÁFICOS

A partir de los datos y de lo estudiado en la primera actividad, realicen las siguientes actividades:

1. Construye dos gráficos de barras que tengan formas diferentes, pero que, con los datos que representan, se obtenga $\bar{x} = 166$ (no importa el valor de la desviación estándar). Puedes utilizar el *applet* para explorar, verificar y justificar las soluciones.
 - a. Explica la estrategia que seguiste para hallar los dos gráficos pedidos en la pregunta anterior y justifica las decisiones que tomaste en el proceso.
 - b. Utiliza el *applet* para construir dos gráficos diferentes: el primero con una desviación estándar menor a 3, es decir, $S < 3$, y el segundo con $S > 8$. Justifica por qué los gráficos cumplen estas condiciones.
 - c. Si en un gráfico se considera simultáneamente la media muestral y la desviación estándar muestral, ¿cómo debiese ser la distribución de sus datos para que la media sea muy representativa de los datos de la muestra? Justifica tu respuesta.
 - d. Busca en la prensa o en algún sitio web que reporte estadísticas con gráficas, una situación que te interese y, con base en ella, indaga si la media es muy representativa o poco representativa en ese caso.

ANALIZANDO PROPIEDADES

1. La media aritmética y la desviación estándar poseen algunas propiedades interesantes. Analiza cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas y cuáles son falsas.
 - a. Si la media aritmética de los datos de una muestra es $\bar{x} = 5,6$ y se suma a todos los datos un valor constante, como 1,2, la media aritmética resultante es $\bar{x} = 5,6 + 1,2 = 6,8$. En general, $\overline{x + a} = \bar{x} + a$, si $a \in \mathbb{R}$.
 - b. Si la media aritmética de los datos de una muestra es $\bar{x} = 4,3$ y se multiplica todos esos datos por un valor constante, como 2, la media aritmética resultante es $\bar{x} = 4,3 \cdot 2 = 8,6$. En general, $\overline{x \cdot a} = \bar{x} \cdot a$, si $a \in \mathbb{R}$. Asumiendo que esa fórmula es verdadera, ¿se podría deducir que $\overline{\left(\frac{x}{a}\right)} = \frac{\bar{x}}{a}$ con $a \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$?
 - c. ¿Es cierto que $\overline{x^2} = (\bar{x})^2$? Utiliza ejemplos numéricos para argumentar su veracidad.
2. Si S es la desviación estándar de una muestra y $a \in \mathbb{R}$ es un valor cualquiera, ¿cuál o cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas?
 - a. Si se suma a a todos los datos de una muestra, entonces su desviación estándar es $S + a$.
 - b. Si se multiplica todos los datos de una muestra por a , entonces su desviación estándar es $S \cdot a$.
 - c. Si se divide todos los datos de una muestra por a (con $a \neq 0$), entonces su desviación estándar es $\frac{S}{a}$.

ORIENTACIONES PARA EL DOCENTE

1. Se sugiere comenzar la unidad 2 con una evaluación diagnóstica para activar conocimientos previos sobre la media aritmética. Algunas de las preguntas e instrucciones pueden ser:
 - Describe las medidas de tendencia central más utilizadas.
 - ¿Qué entiendes por promedio y media aritmética?
 - ¿En qué casos se utiliza el promedio?
 - Hace un listado de notas de todo un año de la asignatura que más te guste. Determina la media aritmética de estas notas y compara con tu compañero. ¿en qué casos sirve la comparación?
 - Basándote en tu promedio de Matemática del año pasado, busca a un compañero que tenga la misma media aritmética que tú al aproximar al entero. Busquen juntos algunas alternativas y criterios para ver quién de los dos podría ser seleccionado cómo el mejor de la asignatura.
 - Si hubiera que elegir a un deportista por su esfuerzo y hay dos mejores con igual promedio en su rendimiento, ¿qué harías?
2. Se recomienda tratar la desviación de una variable con respecto a otro dato, y la desviación de una variable con respecto a su media junto con la desviación media, y destacar en un gráfico lo que se hace e interpreta según el contexto.
3. En el análisis de gráficos, se propone estudiar la media que se produce cuando los datos tienen una distribución simétrica. Conviene enfatizar que ni la cantidad de datos ni el valor de ellos altera el valor de la media aritmética cuando la forma del gráfico es simétrica.
4. Cabe dejar que los estudiantes exploren que, mientras más alejados estén de la media, tendrán mayor desviación estándar y mientras más agrupados estén alrededor de la media, menor será su desviación estándar.
5. Se recomienda que indaguen la propiedad que tiene la media aritmética respecto de los límites; a saber: la media aritmética es siempre mayor o igual al valor más pequeño de los datos y menor o igual al valor más grande de los datos.
6. Otra propiedad a indagar se refiere a la representatividad de la media aritmética muestral, lo cual ocurre cuando la desviación estándar es pequeña (mientras más pequeña, más representativa es la media muestral).

7. Tienen que calcular la media muestral según la expresión $\bar{x} = \frac{f_1 \cdot x_1 + f_2 \cdot x_2 + \dots + f_k \cdot x_k}{n}$ si los n datos x_i están agrupados en tabla, con k frecuencias absolutas f_i . Se sugiere que hagan estos cálculos paso a paso desde la tabla, de manera manual o usando la planilla de cálculo:

x_i	f_i	$f_i \cdot x_i$
<i>SUMA</i>		

8. La desviación estándar muestral (S) se debe calcular con la expresión $S = \sqrt{\frac{f_1 \cdot (\bar{x} - x_1)^2 + f_2 \cdot (\bar{x} - x_2)^2 + \dots + f_k \cdot (\bar{x} - x_k)^2}{n-1}}$, si los n datos x_i están agrupados en k frecuencias absolutas f_i . En este caso, se utiliza el denominador $n - 1$ por ser muestral, y no el denominador n que se usa para la desviación estándar poblacional. Se sugiere que hagan estos cálculos paso a paso desde la tabla, de manera manual o usando la planilla de cálculo:

x_i	f_i	$(\bar{x} - x_i)^2$	$f_i \cdot (\bar{x} - x_i)^2$
<i>SUMA</i>			

9. Aunque los cálculos son importantes, conviene orientar el trabajo a los aspectos más cualitativos que pueden obtener de la muestra que analicen. Por ejemplo: se espera que identifiquen qué tan representativa es la media aritmética de una muestra si se conoce su desviación estándar, o lo poco informativo que es tener a la vista sólo la media aritmética.
10. Se recomienda que indaguen lo siguiente:
- La media siempre estará acotada entre el menor y el mayor valor de los datos; es decir, si m es el valor mínimo de los datos y M el mayor de los datos, entonces $m \leq \bar{x} \leq M$.
 - La desviación estándar siempre será mayor que cero, es decir, $S > 0$, pero no tiene un valor máximo que la acote.
11. El objetivo final es trabajar más analíticamente con la media muestral y la desviación estándar muestral, atendiendo a sus propiedades y su verificación. Se sugiere que los alumnos comprendan lo que estos estadísticos informan, en cuanto a los rangos en que se mueven y cómo los afectan las distribuciones de datos.

12. Dado que uno de los objetivos de la unidad 2 es OA2 (Resolver problemas que involucren los conceptos de media muestral, desviación estándar, varianza, coeficiente de variación y correlación muestral entre dos variables, tanto de forma manuscrita como haciendo uso de herramientas tecnológicas digitales), se sugiere compartir la siguiente propuesta de rúbrica con los jóvenes para evaluar el proceso de resolver problemas en esta unidad:

Criterios	Totalmente logrado	Medianamente logrado	No logrado
Identifican las variables del problema.	Identifican las características y los datos dependientes.	Identifican información numérica correspondiente al problema.	Anotan información.
Identifican los estadísticos que se debe usar para resolver el problema.	Identifican el problema central, mencionando el estadístico que se debe calcular (media muestral, desviación estándar, varianza, coeficiente de variación, correlación muestral), y declaran los problemas y cálculos subyacentes.	Identifican el problema central, mencionando el estadístico a utilizar (media muestral, desviación estándar, varianza, coeficiente de variación, correlación muestral).	Identifican un problema que corresponde a otros datos.
Resuelven problemas relacionados con media muestral, desviación estándar, varianza, coeficiente de variación y correlación muestral.	Calculan la media muestral, desviación estándar, varianza, coeficiente de variación o correlación muestral, según el problema presentado.	Calculan la media muestral, desviación estándar, varianza, coeficiente de variación o correlación muestral.	Realizan cálculos con los datos presentados en el problema.
	Interpretan los resultados según la situación presentada y dan respuesta al problema.	Escriben los resultados de sus cálculos o interpretan parcialmente el problema.	Escriben números asociados a otros cálculos.

13. Se sugiere los siguientes indicadores para evaluar formativamente los aprendizajes:

- Resuelven problemas que involucran analizar datos estadísticos con medidas de dispersión.
- Interpretan información que involucra los conceptos de media, desviación estándar, varianza y coeficiente de variación.
- Interpretan información que involucra la correlación muestral entre dos variables.
- Resuelven problemas que involucran la correlación muestral entre dos variables.

RECURSOS Y SITIOS WEB

Sitios web sugeridos para estudiantes y profesores

- Applet “Visualización media aritmética y desviación estándar”
<https://www.curriculumnacional.cl/link/https://www.geogebra.org/m/bdyckssg>.
- Media aritmética
<https://www.curriculumnacional.cl/link/https://www.sangakoo.com/es/temas/media-aritmetica>
- Varianza y desviación típica
<https://www.curriculumnacional.cl/link/https://www.sangakoo.com/es/temas/varianza-y-desviacion-tipica>
- Media, moda y mediana
https://www.curriculumnacional.cl/link/https://es.khanacademy.org/math/probability/data-distributions-a1/summarizing-center-distributions/e/mean_median_and_mode
- Calcular la desviación estándar paso a paso
<https://www.curriculumnacional.cl/link/https://es.khanacademy.org/math/probability/data-distributions-a1/summarizing-spread-distributions/a/calculating-standard-deviation-step-by-step>

Actividad 2: La media muestral y la media de la población en diferentes contextos

PROPÓSITO

Los estudiantes comprenden la distribución de las medias muestrales en contextos de resolución de problemas que involucran casos con reemplazo y sin reemplazo. Además, observan la tendencia de las medias muestrales al modificar el tamaño de las muestras involucradas, para inferir sobre la media poblacional.

Objetivos de Aprendizaje

OA 2. Resolver problemas que involucren los conceptos de media muestral, desviación estándar, varianza, coeficiente de variación y correlación muestral entre dos variables, tanto de forma manuscrita como haciendo uso de herramientas tecnológicas digitales.

OA b. Resolver problemas que impliquen variar algunos parámetros en el modelo utilizado y observar cómo eso influye en los resultados obtenidos.

OA d. Argumentar, utilizando lenguaje simbólico y diferentes representaciones para justificar la veracidad o falsedad de una conjetura, y evaluar el alcance y los límites de los argumentos utilizados.

OA i. Buscar, seleccionar, manejar y producir información matemática/cuantitativa confiable a través de la web.

Actitudes

- Trabajar colaborativamente en la generación, desarrollo y gestión de proyectos y la resolución de problemas, integrando las diferentes ideas y puntos de vista.
- Interesarse por las posibilidades que ofrece la tecnología para el desarrollo intelectual, personal y social del individuo.

Duración: 12 horas pedagógicas

DESARROLLO

EVALUANDO MUESTRAS

Una fábrica de bolas de billar realiza periódicamente controles de calidad a la masa de las bolas, que debe estar comprendida entre ciertas medidas. Cada juego consta de 15 bolas identificadas con un número y un color, más la bola blanca que sirve de tiro.

1. Para comenzar, se requiere resolver el problema de escoger “aleatoriamente” 5 bolas de billar de un total de 16. Evalúen las siguientes formas de escoger la muestra de 5 bolas de billar. En este caso, no se opera directamente con las bolas concretas, sino con sus datos en papel sobre el color y masa.
 - a. Seleccionen el color de 5 bolas de billar, posicionando la punta de un lápiz sobre el recuadro de manera aleatoria.

blanco (157 g); amarillo (160 g); azul (164 g); rojo (158 g); morado (160 g); anaranjado (158 g); verde (161 g); café (162 g); negro (163 g); amarillo con blanco (160 g); azul con blanco (158 g); rojo con blanco (160 g); morado con blanco (163 g); anaranjado con blanco (164 g); verde con blanco (160 g); café con blanco (165 g).

- b. Elijan ahora el color de 5 bolas de billar, posicionando la punta de un lápiz sobre el siguiente recuadro de manera aleatoria.



- c. A partir de cómo se muestran los datos de las bolas de billar, ¿consideran que los dos métodos anteriores son efectivamente aleatorios? ¿Hay diferencias? ¿Hay sesgo en alguno? Argumenten su respuesta a partir de que “cada bola tenga la misma probabilidad de ser escogida”.
 - d. Argumenten si se puede proponer otro método más efectivo para asegurar la “aleatoriedad”. Compartan ideas con el grupo y expliquen el método utilizado.
2. Tomen finalmente una muestra aleatoria de 5 bolas de billar.
 - a. Escriban el color y la masa de las bolas seleccionadas en la siguiente tabla:

N°	Color de la bola	Masa (g)	Masa (Kg)
1			
2			
3			
4			
5			

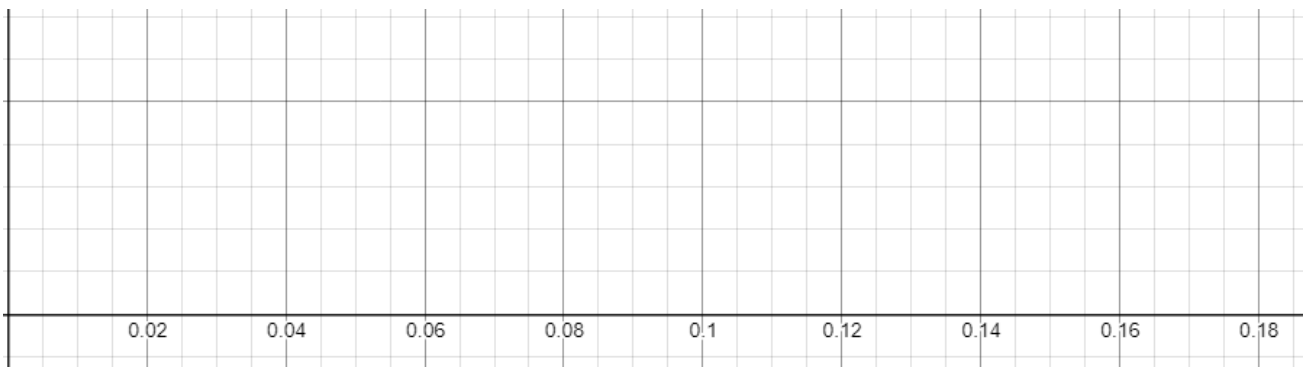
- b. Completen un diagrama de puntos con las masas (en kilogramos) de las bolas seleccionadas en el ejercicio anterior. Recuerden que, si dos o más bolas de billar tienen la misma masa, deben dibujar verticalmente tantos puntos objetos haya, manteniendo la misma distancia entre ellos.
3. ¿Cuál es el promedio de las masas de las bolas de billar en la muestra de 5 bolas?
- a. Completen la tabla y expliquen su procedimiento.

N°	Color de la bola	Masa (g)	Masa (Kg)
1			
2			
3			
4			
5			
SUMA			
PROMEDIO			

- b. Con ayuda del profesor, registren el promedio obtenido en su muestra con los promedios obtenidos por otros 9 grupos. Completen los datos en la tabla siguiente, donde la primera posición es su promedio obtenido y las otras son para los otros grupos.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Promedio obtenido										

- c. Representen ahora los datos en un diagrama de puntos de promedios muestrales.



4. Calculen el promedio de la masa de las 16 bolas de billar. Ordenen los datos en la siguiente tabla:

N°	Color de la bola	Masa (g)	Masa (Kg)
1	Blanco		
2	Amarillo		
3	Azul		
4	Rojo		
5	Morado		
6	Anaranjado		
7	Verde		
8	Café		
9	Negro		
10	Amarillo con blanco		
11	Azul con blanco		
12	Rojo con blanco		
13	Morado con blanco		
14	Anaranjado con blanco		
15	Verde con blanco		
16	Café con Blanco		
	SUMA		
	PROMEDIO		

- a. Registren el valor del promedio obtenido de las 16 bolas de billar en el gráfico de puntos, mediante una línea vertical.
 - b. ¿Qué podrían afirmar al comparar el promedio recién determinado de la masa de las 16 bolas de billar y la media muestral que calcularon anteriormente?
5. ¿Qué sucedería con el promedio muestral si en lugar de 5 bolas de billar se escogen aleatoriamente 10 bolas? Dialoguen en el grupo y argumenten.
 6. Si utilizaran el mismo método de muestreo, pero en vez de seleccionar 5 bolas de billar seleccionarían 10, ¿cómo afectaría la distribución de las medias muestrales? Compartan ideas en el grupo y elaboren una respuesta.
 - a. Seleccionen el color de 10 bolas de billar de manera aleatoria y escriban el color y la masa de las bolas seleccionadas en la siguiente tabla:

N°	Color de la bola	Masa (g)	Masa (Kg)
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			

8			
9			
10			
	SUMA		
	PROMEDIO		

- b. ¿Cuál es el promedio de las masas de las bolas de billar en su muestra?
- c. Con ayuda del profesor, registren el promedio obtenido en su muestra con los promedios obtenidos por otros 9 grupos. Completen los datos en la tabla siguiente, donde la primera posición es su promedio obtenido y las otras son para los otros grupos.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Promedio obtenido										

- d. Representen ahora los datos en un diagrama de puntos de promedios muestrales.
- e. Registren el promedio de las 16 bolas de billar, ya calculado en la actividad 4, mediante una línea vertical en el diagrama de puntos construido.
- f. ¿Qué podrían afirmar al comparar el promedio recién determinado de la masa de las 16 bolas de billar y la media muestral que calcularon en la actividad 4?

ENTREGA DE BONOS EN FORMA ALEATORIA

Un día, se informó a cuatro trabajadores de una empresa –Amanda, Bárbara, Carlos y Daniel– que fueron ganadores de un bono por su desempeño, correspondiente a mejor venta, disposición, atención a público y puntualidad, respectivamente. La persona que debe entregar los bonos está confundida y no sabe a quién le corresponde cada uno, por lo que decide repartirlos de manera aleatoria: cada bono tiene la misma probabilidad de ser distribuido a los trabajadores.

1. El jefe de personal, preocupado de que ocurran situaciones como ésta, se pregunta: si cada vez que deban entregar este bono se produjera esta situación con 4 bonos y 4 trabajadores, ¿cuál sería, en promedio, la cantidad de bonos entregados correctamente?
- a. En grupos de 6 estudiantes, representen la situación, asignando la identidad de los 4 trabajadores Amanda, Bárbara, Carlos y Daniel.



- b. Luego, de manera aleatoria, entreguen en un sobre cerrado un bono a cada uno de ellos, indicando el reconocimiento.



- c. Registren en la siguiente tabla el comportamiento del promedio de la cantidad de veces que se entrega correctamente el bono, en la medida en que se repite más veces el experimento (la entrega de los 4 bonos) hasta llegar a 10 experimentos. Es decir, en la última columna, en cada fila registren el promedio acumulado, considerando la fila actual y las anteriores.

Experimento	Cantidad de bonos entregados correctamente	Frecuencia acumulada	Promedio de la cantidad de bonos entregados correctamente
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			

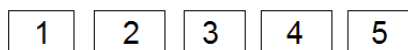
2. ¿Qué sucede luego de los 10 experimentos?
- Determinen la media de las medias muestrales.
 - Representen la secuencia de los promedios obtenidos en un solo gráfico. ¿Qué observan?
 - Con base en los datos del gráfico, expliquen qué ocurre con la distribución de las medias muestrales cuando el número de experimentos aumenta. Argumenten a partir de lo que sucedería si se realizara 20 o 30 lanzamientos.
3. ¿Cuáles son las probabilidades, según la cantidad de aciertos de las cartas con los destinatarios?
- Establezcan una representación (diagrama de árbol) a partir de la cantidad de aciertos de las cartas con los destinatarios.
 - Determinen las probabilidades para cada caso, según la cantidad de aciertos. ¿De qué otras maneras podrían determinar estas probabilidades?
 - Completen la siguiente tabla:

Aciertos	0	1	2	3	4	Suma
Probabilidad						

- El promedio de trabajadores que recibieron el bono correctamente, ¿se acerca a algún valor en particular? ¿Qué valor creen que es? Argumenten a partir del concepto de esperanza de una variable aleatoria X , donde X = cantidad de aciertos en la entrega de bonos.

RELACIONANDO MEDIAS MUESTRALES Y LA MEDIA DE LA POBLACIÓN

1. Consideren como población las siguientes tarjetas con puntos:



- a. Calculen la media del puntaje de la población. Expliquen el procedimiento utilizado.
 - b. Determinen todas las muestras de tamaño 2, sin reposición. Expliquen el procedimiento utilizado.
 - c. Calculen la media de cada una de las muestras.
 - d. Calculen el promedio de todas las medias muestrales.
 - e. ¿Qué relación observan entre el promedio de las medias muestrales y el promedio de la población? Argumenten a partir de la semejanza entre los resultados.
 - f. ¿Cómo calcularían la cantidad de muestras de tamaño k sin reposición que se puede extraer de una población de tamaño n ? Expliquen su procedimiento, a partir de ejemplos concretos.
2. Un grupo de 5 trabajadores tiene los siguientes ingresos por trabajar horas extra a la semana: \$1 700, \$1 600, \$1 000, \$1 800 y \$2 200.
- a. Determinen la cantidad de muestras posibles de tamaño 3 y 4 sin reemplazo.
 - b. Determinen las dos distribuciones muestrales para cada tamaño de muestra.
 - c. Calculen la media de medias muestrales para ambos casos y represéntalas en un gráfico.
 - d. ¿Qué información pueden inferir, considerando el contexto? Redacten sus conclusiones.
3. En una producción artesanal de jabones, se revisa la masa en gramos de 4 jabones. Las masas netas obtenidas son 180, 175, 182 y 185.
- a. Determinen la cantidad de muestras posibles de tamaño 3 sin reemplazo.
 - b. Determinen la distribución muestral de la masa media de los jabones.
 - c. Calculen la media de medias muestrales y compárenla con el promedio de la población.
 - d. Repitan las actividades a, b, y c, pero considerando las muestras con reemplazo.
 - e. Comparen los datos y saquen sus conclusiones.
4. En los problemas anteriores se propone situaciones en que la elección de las muestras de cierto tamaño es “sin reemplazo o reposición” y en otras, “con reemplazo o reposición”. ¿Qué ocurre en cada caso? Argumenten su respuesta, recurriendo a casos concretos.

ORIENTACIONES PARA EL DOCENTE

1. Durante la actividad de las bolas de billar, se sugiere enfatizar lo importante que es prever que el método de muestreo sea razonable. Por ejemplo, en el primer caso, al escribir en palabras las características de cada bola de billar, es necesario que todas las palabras tengan la misma probabilidad de ser seleccionadas. Sin embargo, esto no ocurre, pues la característica del color dada en palabras tiene distinta longitud. En el segundo caso, al presentar las imágenes de las bolas de billar de manera simétrica y ordenada, se mejora el hecho de que cada bola tenga igual

- probabilidad de ser escogida. Se recomienda que discutan otras formas de asegurar que el muestreo sea efectivamente aleatorio.
2. Para la actividad de las bolas de billar, se sugiere que hagan la experiencia con diferentes tamaños de muestras. Por ejemplo, primero se solicita un muestreo de 5 bolas para realizar la experiencia. Luego se propone un muestreo de 10 bolas de billar, para que puedan inferir si se acercan más a la media muestral al aumentar el tamaño de la muestra los promedios.
 3. Conviene reforzar con los estudiantes los conceptos clave de *variable*, *parámetro* (característica de la población), *estadístico* (característica de la muestra), *pregunta de investigación*, *población* (grupo completo de personas u objetos de interés o unidades observacionales), *muestra* (parte de la población formada por las personas u objetos a quienes corresponden los datos) y *tipos de muestreo* (muestreo aleatorio simple), para que infieran características sobre la población a partir de una muestra, si se la ha recolectado de manera adecuada.
 4. En la actividad de los bonos en sobres que se entregan “aleatoriamente”, es importante que comprendan que el promedio de los valores observados de una variable aleatoria por medio de repeticiones secuenciales de un mismo experimento se acerca cada vez más a ciertos valores; es decir, la media, la esperanza o valor esperado de dicha variable aleatoria.
 5. Para que determinen las probabilidades según el número de aciertos, se recomienda establecer una representación de “diagrama de árbol” para revisar todas las posibilidades, según si hay 0, 1, 2, 3 o 4 aciertos. Luego, pueden usar la regla de Laplace o la suma o producto de probabilidades.
 6. Otro punto importante es que, a partir de los datos registrados en los gráficos, al aumentar la cantidad de experimentos, la distribución de las medias muestrales varía más al inicio con pocas repeticiones, y comienza a estabilizarse a medida que aumenta la cantidad de repeticiones.
 7. En la última parte de la actividad, se recomienda poner énfasis en el muestreo aleatorio, la cantidad de experimentos a realizar y la media muestral obtenida. Además, será importante que identifiquen diferencias cuando las extracciones son “sin reemplazo o reposición”, o bien “con reemplazo o reposición”.
 8. Cabe destacar algunos aspectos de la estadística inferencial; por ejemplo: que, a partir de una población, se puede seleccionar muestras de un tamaño dado para deducir características de dicha población, e inferir sobre el valor de un parámetro, utilizando estadísticos adecuados.
 9. Se sugiere los siguientes indicadores para evaluar formativamente los aprendizajes:
 - Determinan la cantidad de muestras según condiciones dadas.
 - Resuelven problemas que implican la media muestral \bar{X} , considerando los casos con reemplazo y sin reemplazo.

RECURSOS Y SITIOS WEB

Sitios web sugeridos para estudiantes y profesores

- Muestreo aleatorio
<https://www.curriculumnacional.cl/link/http://www.rossmanchance.com/applets/randomBabies/RandomBabies.html?language=1>
- Estadística: media de la muestra vs. media de la población
<https://www.curriculumnacional.cl/link/https://www.youtube.com/watch?v=Xs0Bzyru3DU>
- Media muestral vs media poblacional
<https://www.curriculumnacional.cl/link/https://www.youtube.com/watch?v=1mSEgwaRB1k>

Actividad 3: Utilizar la correlación muestral en contextos de ciencias sociales

PROPÓSITO

Los estudiantes comprenden cómo dos variables pueden estar relacionadas en contextos reales, y se introduce conceptos y herramientas como correlación y el modelo de regresión lineal. Usan herramientas tecnológicas para obtener la representación gráfica de nubes de puntos y la recta de regresión lineal.

Objetivos de Aprendizaje

OA 2. Resolver problemas que involucren los conceptos de media muestral, desviación estándar, varianza, coeficiente de variación y correlación muestral entre dos variables, tanto de forma manuscrita como haciendo uso de herramientas tecnológicas digitales.

OA b. Resolver problemas que impliquen variar algunos parámetros en el modelo utilizado y observar cómo eso influye en los resultados obtenidos.

OA d. Argumentar, utilizando lenguaje simbólico y diferentes representaciones para justificar la veracidad o falsedad de una conjetura, y evaluar el alcance y los límites de los argumentos utilizados.

OA i. Buscar, seleccionar, manejar y producir información matemática/cuantitativa confiable a través de la web.

Actitudes

- Interesarse por las posibilidades que ofrece la tecnología para el desarrollo intelectual, personal y social del individuo
- Pensar con perseverancia y proactividad para encontrar soluciones innovadoras a los problemas.

Duración: 12 horas pedagógicas.

DESARROLLO

¿QUÉ ENTENDEMOS POR ÍNDICE DE CAPITAL HUMANO?

El Proyecto de Capital Humano es un esfuerzo mundial para acelerar el aumento y la mejora de las inversiones en las personas, a fin de lograr más equidad y un crecimiento económico mayor.

De ese proyecto nace el Índice de Capital Humano, que permite cuantificar cuánto contribuyen la salud y la educación a la productividad y los niveles de ingresos de la próxima generación. El índice está diseñado para resaltar cómo las mejoras en los resultados actuales de salud y educación dan forma a la productividad de la próxima generación de trabajadores, asumiendo las oportunidades educativas y los riesgos para la salud que experimentarían los niños que nacen hoy hasta los próximos 18 años. Se cuantifica con un valor entre 0 y 1, donde 0 refleja que los niños mueren antes de comenzar el colegio y 1, que todos los niños están recibiendo un comienzo perfecto en los aspectos de educación y salud

en su vida. Los países pueden usar el índice para determinar el monto del ingreso cesante por causa de las brechas de capital humano, y con cuánta rapidez pueden convertir estas pérdidas en ganancias si actúan ahora.

El recurso “Tabla_PIB_ICH.xlsx” muestra los resultados del PIB per cápita, PPA (dólares \$ a precios internacionales constantes de 2011) y el Índice de Capital Humano de 93 países, como se muestra en la imagen. Esta hoja de cálculo se puede descargar desde:

Conexión interdisciplinaria:
Educación Ciudadana
OA a, b, 3° y 4° medio

https://www.curriculumnacional.cl/link/https://www.dropbox.com/s/n7qvb60jw1raims/Tabla_PIB_ICH.xlsx?dl=0

Nombre País	Código Nombre País	PIB per cápita, PPA (\$ a precios internacionales constantes de 2011)	Índice de Capital Humano	Continente
Albania	ALB	11802,0626	0,6213	EUROPA
Emiratos Árabes Unidos	ARE	67293,4828	0,6588	ASIA
Argentina	ARG	18932,1665	0,6105	AMÉRICA
Armenia	ARM	8787,5799	0,5717	EUROPA
Australia	AUS	44643,3978	0,8027	OCEANÍA
Austria	AUT	45493,0453	0,7928	EUROPA
Azerbaiyán	AZE	15860,9214	0,5968	EUROPA
Bélgica	BEL	42742,0176	0,7569	EUROPA
Bulgaria	BGR	18606,2200	0,6759	EUROPA
Bahrein	BHR	43363,6858	0,6682	ASIA
Bosnia y Herzegovina	BIH	11731,4806	0,6183	EUROPA
Brasil	BRA	14137,0847	0,5596	AMÉRICA
Canadá	CAN	44017,5909	0,7988	AMÉRICA
Suiza	CHE	58004,4309	0,7675	EUROPA
Chile	CHL	22767,0372	0,6744	AMÉRICA
China	CHN	15308,7121	0,6732	ASIA
Colombia	COL	13182,6308	0,5935	AMÉRICA
Costa Rica	CRI	15551,7105	0,6190	AMÉRICA
Chipre	CYP	33047,5458	0,7513	ASIA
República Checa	CZE	32570,7812	0,7816	EUROPA
Alemania	DEU	45446,1799	0,7949	EUROPA
Dinamarca	DNK	47269,6913	0,7743	EUROPA
Argelia	DZA	13900,1581	0,5231	ÁFRICA
Ecuador	ECU	10554,6342	0,6024	AMÉRICA
España	ESP	34269,1640	0,7429	EUROPA
Estonia	EST	29916,3569	0,7474	EUROPA

Nombre País	Código Nombre País	PIB per cápita, PPA (\$ a precios internacionales constantes de 2011)	Índice de Capital Humano	Continente
Finlandia	FIN	41018,0502	0,8144	EUROPA
Francia	FRA	38807,6937	0,7645	EUROPA
Reino Unido	GBR	39883,8207	0,7808	EUROPA
Georgia	GEO	9702,4279	0,6136	EUROPA
Grecia	GRC	24604,2996	0,6805	EUROPA
Hong Kong, Región Administrativa Especial	HKG	56054,9198	0,8224	ASIA
Croacia	HRV	22834,9417	0,7228	EUROPA
Hungría	HUN	26860,5733	0,7034	EUROPA
Indonesia	IDN	11188,6924	0,5350	ASIA
Irlanda	IRL	66549,9829	0,8063	EUROPA
Irán, República Islámica del	IRN	18982,9413	0,5905	ASIA
Islandia	ISL	47574,7599	0,7402	EUROPA
Israel	ISR	33220,4496	0,7629	ASIA
Italia	ITA	35343,3590	0,7688	EUROPA
Jamaica	JAM	8240,0833	0,5441	AMÉRICA
Jordania	JOR	8337,4897	0,5617	ASIA
Japón	JPN	39010,6490	0,8442	ASIA
Kazajstán	KAZ	24078,5452	0,7461	ASIA
Kenia	KEN	2992,5922	0,5177	ÁFRICA
Kirguistán	KGZ	3395,2803	0,5798	ASIA
República de Corea	KOR	35938,3742	0,8449	ASIA
Kuwait	KWT	65530,5366	0,5761	ASIA
Líbano	LBN	13191,1409	0,5379	ASIA
Sri Lanka	LKA	11691,2852	0,5839	ASIA
Lituania	LTU	29603,8770	0,7119	EUROPA
Letonia	LVA	25029,7926	0,7239	EUROPA
República de Moldavia	MDA	5190,7818	0,5801	EUROPA
México	MEX	17330,7320	0,6072	AMÉRICA
Macedonia del Norte	MKD	13132,1936	0,5338	EUROPA
Malta	MLT	36294,3776	0,7014	EUROPA
Montenegro	MNE	16467,2937	0,6152	EUROPA
Mongolia	MNG	11766,9543	0,6260	ASIA
Mauricio	MUS	20320,3703	0,6258	ÁFRICA
Malasia	MYS	26824,0850	0,6223	ASIA

Nombre País	Código Nombre País	PIB per cápita, PPA (\$ a precios internacionales constantes de 2011)	Índice de Capital Humano	Continente
Nicaragua	NIC	5321,4435	0,5308	AMÉRICA
Países Bajos	NLD	48789,1357	0,7997	EUROPA
Noruega	NOR	64965,3860	0,7710	EUROPA
Nueva Zelandia	NZL	36012,5670	0,7673	OCEANÍA
Omán	OMN	37567,4988	0,6224	ASIA
Panamá	PAN	22287,9591	0,5320	AMÉRICA
Perú	PER	12236,8013	0,5856	AMÉRICA
Filipinas	PHL	7599,1881	0,5481	ASIA
Polonia	POL	27344,0947	0,7471	EUROPA
Portugal	PRT	28034,6262	0,7763	EUROPA
Paraguay	PRY	11915,5864	0,5327	AMÉRICA
Ribera Occidental y Gaza	PSE	4449,8983	0,5542	ASIA
Rumania	ROU	23504,6551	0,6012	EUROPA
Federación de Rusia	RUS	24790,3661	0,7286	ASIA
Arabia Saudita	SAU	48985,5538	0,5849	ASIA
El Salvador	SLV	7292,4578	0,5012	AMÉRICA
Serbia	SRB	14051,6732	0,7554	EUROPA
República Eslovaca	SVK	30132,9205	0,6936	EUROPA
Eslovenia	SVN	31406,3101	0,7876	EUROPA
Suecia	SWE	46681,1715	0,8003	EUROPA
Seychelles	SYC	26656,9525	0,6776	ÁFRICA
Tailandia	THA	16279,2229	0,6039	ASIA
Tayikistán	TJK	2910,2127	0,5327	ASIA
Tonga	TON	5425,6206	0,5123	OCEANÍA
Trinidad y Tobago	TTO	28763,0708	0,6129	AMÉRICA
Túnez	TUN	10849,2974	0,5077	ÁFRICA
Turquía	TUR	25134,6144	0,6255	ASIA
Tuvalu	TUV	3575,1038	0,5538	OCEANÍA
Ucrania	UKR	7906,5403	0,6468	EUROPA
Uruguay	URY	20551,4094	0,6003	AMÉRICA
Estados Unidos	USA	54470,7998	0,7623	AMÉRICA
Vietnam	VNM	6171,8842	0,6659	ASIA
Kosovo	XKX	9779,8581	0,5598	EUROPA

¿QUÉ RELACIÓN EXISTE ENTRE EL PIB Y EL ÍNDICE DE CAPITAL HUMANO?

1. Elabora un informe en un procesador de texto (por ejemplo, Microsoft Word). Considera y enriquece el contexto con la información que se pide, incluye la tabla, agrega gráficos y responde a las siguientes preguntas o solicitudes.
 - a. Con apoyo tecnológico, investiga y explica qué es el PIB per cápita. Indica la fuente de información.
 - b. Por medio de la herramienta “Hoja de Cálculo” de GeoGebra, construye el gráfico de nube de puntos (herramienta “Análisis de Regresión de dos variables”), considerando como variable independiente el PIB per cápita, PPA (dólares \$ a precios internacionales constantes de 2011) y como variable dependiente el Índice de Capital Humano, considerando a los 93 países. Exporta el gráfico como imagen y agrega al informe.
 - c. Agrega la recta de regresión (“Modelo de regresión lineal”) al gráfico anterior y luego exporta como imagen para agregar al informe. La recta de regresión, en este caso, necesita considerar, como mínimo, 10 cifras decimales para las cifras de la pendiente, por lo cual deben seleccionar “10 cifras decimales” en el menú superior de GeoGebra en “Opciones -> Redondeo”.
2. Interpretando la información gráfica obtenida.
 - a. Según la información gráfica anterior, describe el tipo de relación lineal que hay entre las variables.
 - b. Considerando la ecuación de la recta de regresión obtenida, si el valor del PIB per cápita, PPA (\$ a precios internacionales constantes de 2011) de un país “X” fuera de 72573,4231, ¿cuál sería la estimación del Índice de Capital Humano?
 - c. Considerando la ecuación de la recta de regresión obtenida, si el valor del Índice de Capital Humano de un país “Y” fuera de 0,4992, ¿cuál sería la estimación del Índice de PIB per cápita, PPA (\$ a precios internacionales constantes de 2011)?
 - d. Considerando los datos originales y los gráficos iniciales, obtén la distancia mínima entre la recta y el o los puntos que más se alejan de ella. Explica tu procedimiento.
 - e. Según la información obtenida y entregada, ¿qué decisión debería tomar cada país para mejorar sus índices de capital humano? Explica tu razonamiento.

EXPLORANDO OTRAS RELACIONES

Realiza las siguientes actividades para enriquecer el informe de la actividad anterior:

1. El propósito es enriquecer el informe que estás elaborando mediante nuevas tablas y gráficos, a partir de las preguntas que se formulan a continuación.
 - a. Considerando los datos en Excel, calcula las distancias entre cada punto y la recta, y luego las diferencias entre los valores de la variable dependiente y la variable independiente evaluada en la recta (valor estimado).
 - b. ¿Qué puedes decir al comparar estos dos valores? Considera los 93 países para los cálculos de distancias y valores estimados.

2. ¿Qué sucede si se considera solo los países de Europa?
 - a. Construye, mediante la “Hoja de Cálculo” de GeoGebra, el gráfico de nube de puntos (herramienta “Análisis de Regresión de dos variables”), considerando como variable independiente el PIB per cápita, PPA (\$ a precios internacionales constantes de 2011) y como variable dependiente el Índice de Capital Humano, incluyendo solo los países de Europa. Exporta el gráfico como imagen y agrégalo al informe. Añade la recta de regresión (“Modelo de regresión Lineal”) a dicho gráfico, exporta como imagen y adjunta al informe.
 - b. Describe el tipo de relación lineal existente entre las variables, a partir de la información gráfica anterior.
3. ¿Qué sucede si se considera solo los países de América?
 - a. Construye, mediante la “Hoja de Cálculo” de GeoGebra, el gráfico de nube de puntos (herramienta “Análisis de Regresión de dos variables”), considerando como variable independiente el PIB per cápita, PPA (\$ a precios internacionales constantes de 2011) y como variable dependiente el Índice de Capital Humano, incluyendo solo los países de América.
 - b. Exporta el gráfico como imagen y agrégalo al informe. Añade la recta de regresión (“Modelo de regresión Lineal”) a dicho gráfico, exporta como imagen y agrega al informe.
 - c. Describe el tipo de relación lineal existente entre las variables, a partir de la información gráfica anterior.
4. En GeoGebra se puede exportar los resultados de regresión a la vista gráfica; por ende, considerando columnas distintas para América, Europa y general, es posible juntar dichos gráficos. En un mismo gráfico, compara las rectas de regresión de los países de Europa, América y la general (considerando a los 93 países). Responde las siguientes preguntas:
 - a. ¿Cuál sería el valor per cápita estimado de Europa, América y el general para un Índice de Capital Humano igual a uno? Explica tu razonamiento.
 - b. ¿Cuál de las tres rectas de regresión tendría un Índice de Capital Humano igual a uno, que registre un PIB per cápita más bajo entre los tres grupos? Explica tu razonamiento.
 - c. ¿Cuáles son los países de América que tienen el mínimo y máximo PIB per cápita respectivamente? ¿Qué sucede en el caso de Europa?
 - d. ¿Cuáles son los países de América que tienen el mínimo y máximo Índice de Capital Humano respectivamente? ¿Qué sucede en el caso de Europa?
5. Considera los modelos de regresión entre Europa y América:
 - a. ¿Qué conclusiones puedes obtener respecto de la distribución de los países de los distintos continentes?
 - b. ¿En qué valores de PIB per cápita e Índice de Capital Humano se igualarían las oportunidades entre los continentes? Explica tu razonamiento.
 - c. ¿En qué rango de valores tendría América una situación más favorable que Europa? Explica tu razonamiento.

ORIENTACIONES PARA EL DOCENTE

1. Conviene que los estudiantes interactúen entre GeoGebra y la planilla de cálculo. Para traspasar los datos de Excel a GeoGebra, sólo deben copiar los datos desde Excel y pegarlos en la hoja de cálculo de GeoGebra.
2. Se recomienda realizar con los alumnos el modo en que se trabaja en GeoGebra, paso a paso. Por ejemplo, para crear el gráfico, se selecciona las columnas de la variable independiente y dependiente a graficar (PIB per cápita e Índice de Capital Humano), y a continuación se debe hacer clic en la herramienta de GeoGebra ubicada en el menú de cuadrados de la hoja de cálculo “Análisis de Regresión de dos variables”; aquí se despliega un recuadro donde aparecerán los datos a graficar.
3. Si copiaron el encabezado dentro de la columna, se recomienda marcar el ícono de “tuerca” para seleccionar la opción “Encabezado(s) como título(s)”, luego hacer clic en “Analiza” y aparecerá un recuadro con el gráfico de puntos. Para agregar la recta de regresión, sólo hay que hacer clic debajo del título “Modelo de regresión” y seleccionar la opción “Lineal”.
4. Para exportar a la vista gráfica de GeoGebra, se sugiere hacer clic con botón derecho del mouse en la vista de la nube de puntos y seleccionar “copiar en Vista Gráfica”. Si lo que se desea es exportar como imagen el resultado de la regresión, se recomienda seleccionar “Copiar al portapapeles” (esto guardará la imagen directamente y se podrá pegar luego en el procesador de texto) o “Exportar como imagen” (esto creará un archivo de imagen).
5. Cuando solicite describir el tipo de relación lineal existente entre las variables, conviene que lo hagan primero desde el punto de vista gráfico y no por medio del cálculo.
6. Si fuese necesario, se sugiere reforzar que se puede encontrar la distancia mínima entre un punto y una recta mediante la expresión $d = \frac{|Ax+Bx+C|}{\sqrt{A^2+B^2}}$; este valor indica la mayor diferencia entre la estimación de la recta de regresión (valor estimado) y el valor real del punto.
7. Conviene que usen Excel directamente y sus fórmulas incorporadas.
8. Cuando se requiera comparar, por ejemplo, entre Europa, América o en general, se recomienda que alternen entre GeoGebra y Excel según sus potencialidades. Por ejemplo, en GeoGebra se puede exportar los resultados de regresión a la vista gráfica, por lo cual es posible juntar dichos gráficos, considerando columnas distintas para América, Europa y general.
9. Se sugiere los siguientes indicadores para evaluar formativamente los aprendizajes:
 - Interpretan información que involucra la correlación muestral entre dos variables.
 - Resuelven problemas que involucran la correlación muestral entre dos variables.

RECURSOS Y SITIOS WEB

Sitios web sugeridos para estudiantes y profesores

- Recurso “Tabla_PIB_ICH.xlsx” para el desarrollo de la actividad
https://www.curriculumnacional.cl/link/https://www.dropbox.com/s/n7qvb60jw1raims/Tabla_PIB_ICH.xlsx?dl=0
- Proyecto de Capital Humano
<https://www.curriculumnacional.cl/link/http://www.bancomundial.org/es/publication/human-capital>
- Video: Qué es el PIB Per Cápita y cómo se establece
https://www.curriculumnacional.cl/link/https://www.youtube.com/watch?v=FoIS0F11_jE
- Video: Cómo interpretar el modelo de regresión lineal
<https://www.curriculumnacional.cl/link/https://www.youtube.com/watch?v=TL3up8LIItE>
- Video: ¿Qué es el Índice de Capital Humano del Banco Mundial?
https://www.curriculumnacional.cl/link/https://www.youtube.com/watch?time_continue=188&v=nnEidte72ho
- Video: Cómo interpretar el modelo de regresión lineal
<https://www.curriculumnacional.cl/link/https://www.youtube.com/watch?v=TL3up8LIItE>

Actividad 4: Aplicar el modelo de correlación lineal en censos de la población

PROPÓSITO

Los estudiantes profundizan en la correlación de dos variables y el modelo de regresión lineal. Se propone que primero usen herramientas tecnológicas para abordar una cantidad acotada de datos (regiones de Chile), para extender el trabajo posteriormente a una base de datos más amplia (comunas del país).

Objetivos de Aprendizaje

OA 2. Resolver problemas que involucren los conceptos de media muestral, desviación estándar, varianza, coeficiente de variación y correlación muestral entre dos variables, tanto de forma manuscrita como haciendo uso de herramientas tecnológicas digitales.

OA b. Resolver problemas que impliquen variar algunos parámetros en el modelo utilizado y observar cómo eso influye en los resultados obtenidos.

OA d. Argumentar, utilizando lenguaje simbólico y diferentes representaciones para justificar la veracidad o falsedad de una conjetura, y evaluar el alcance y los límites de los argumentos utilizados.

OA i. Buscar, seleccionar, manejar y producir información matemática/cuantitativa confiable a través de la web.

Actitudes

- Trabajar colaborativamente en la generación, desarrollo y gestión de proyectos y la resolución de problemas, integrando las diferentes ideas y puntos de vista.
- Interesarse por las posibilidades que ofrece la tecnología para el desarrollo intelectual, personal y social del individuo.

Duración: 12 horas pedagógicas

DESARROLLO

EL VALOR DE LA RELACIÓN ENTRE DENSIDAD Y CANTIDAD DE HOGARES EN LAS REGIONES DE CHILE

El censo es el conteo y la caracterización de todas las viviendas y habitantes del territorio nacional en un momento determinado. Hay censos de población y censos de vivienda. Los primeros permiten contabilizar y caracterizar a la población en un momento del tiempo: magnitud, distribución y composición de la población (sexo, edad, fertilidad, educación, migración); con los segundos se puede contabilizar e indagar en las características de las viviendas y hogares donde residen los habitantes.

Conexión interdisciplinaria:
Educación Ciudadana
OA a, c, 3° y 4° medio

1. Descarga la hoja de cálculo “Censo2017_Densidad_Hogares.xlsx” con los resultados de la “densidad de la población” y la “cantidad de hogares” de las 16 regiones y 346 comunas de Chile, desde:

https://www.curriculumnacional.cl/link/https://www.dropbox.com/s/7334chx8pxmkej/Censo2017_Densidad_Hogares.xlsx?dl=0

Región	Densidad de la población (km ²)	Cantidad de hogares
Región de Tarapacá	7,82	97693
Región de Antofagasta	4,82	174314
Región de Atacama	3,78	88706
Región de Coquimbo	18,67	240317
Región de Valparaíso	111,27	608949
Región del Libertador Gral. Bernardo O’Higgins	55,93	301717
Región del Maule	34,47	351509
Región de Biobío	64,95	507241
Región de la Araucanía	30,08	317525
Región de Los Lagos	17,11	277482
Región de Aysén del Gral. Carlos Ibáñez del Campo	0,96	34609
Región de Magallanes y de la Antártica Chilena	0,12	53832
Región Metropolitana de Santiago	462	2238179
Región de Los Ríos	21,07	128984
Región de Arica y Parinacota	13,4	66842
Región del Ñuble	36,67	163738
País	8,77	5651637

2. Considera las siguientes definiciones:

Densidad de población es la relación entre el número de personas que viven en un territorio y su extensión, lo que normalmente se expresa en habitantes por km^2 .

Habitantes, para efectos del censo, se considera como a las personas efectivamente censadas en el territorio.

Hogar como una o más personas que, unidas o no por un vínculo de parentesco, alojaron la noche del 18 al 19 de abril de 2017 en una misma vivienda o parte de ella y se benefician de un mismo presupuesto para alimentación.

- a. Con la “Hoja de cálculo” de GeoGebra, construyan el gráfico de nube de puntos (herramienta “Análisis de Regresión de dos variables”), considerando como variable independiente la densidad de población, como variable dependiente la cantidad de hogares, y a las 16 regiones de la pestaña de Excel llamada “Región” (recuerden excluir los valores totales para el país al final).

- b. Basados en el gráfico anterior, agreguen la recta de regresión a dicho gráfico (“Modelo de regresión Lineal”) y describan el tipo de relación lineal existente entre las variables.
3. Completen la siguiente tabla, usando los valores de la planilla (pestaña Región).

Región	Densidad de P. (X)	C. de Hogares (Y)	$X \cdot Y$	X^2	Y^2
I	7,82	97693	763959,26	61,1524	9543922249
II	4,82	174314			
III	3,78	88706			
IV	18,67	240317			
V	111,27	608949			
VI	55,93	301717			
VII	34,47	351509			
VIII	64,95	507241			
IX	30,08	317525			
X	17,11	277482			
XI	0,96	34609			
XII	0,12	53832			
XIII	462	2238179			
XIV	21,07	128984			
XV	13,4	66842			
XVI	36,67	163738			

- a. Según la relación entre las variables, ¿cómo debería ser el valor del coeficiente de correlación? Compartan ideas en el grupo y elaboren una hipótesis o conjetura.
- b. Calculen la suma de todos los valores de las columnas ($X, Y, X \cdot Y, X^2, Y^2$) y obtengan el coeficiente de correlación lineal de Pearson.
- c. Utilizando la calculadora científica o la función de Excel “COEF.DE.CORREL()”, comprueben el coeficiente de correlación obtenido. Si usan la calculadora científica, recuerden escoger modo REG LIN, ingresar los valores separados por comas y guardar los datos con la tecla M+.
4. Comparen el tipo de relación lineal mostrado en el gráfico y el valor del coeficiente de correlación obtenido.
- a. ¿Se confirma su conjetura? Argumenten.
- b. ¿Qué pueden decir del valor de correlación obtenido? Compartan ideas en el grupo.
5. Analicen en el grupo las siguientes situaciones.
- a. Supongan que se crea una nueva región para el país, cuya densidad es de $9,53 \frac{\text{hab}}{\text{km}^2}$. ¿Cuál sería la cantidad de hogares estimada para dicha región, bajo el modelo encontrado?
- b. Si en la XIII Región aumentara la densidad de la población en $35,4 \frac{\text{hab}}{\text{km}^2}$, ¿en cuánto debería aumentar la cantidad de hogares según el modelo de regresión lineal?
- c. ¿En qué regiones del país sería factible hacer una subdivisión de la población, de acuerdo con la densidad de $9,53 \frac{\text{hab}}{\text{km}^2}$? Fundamenta en grupo esta respuesta.

EL VALOR DE LA RELACIÓN ENTRE DENSIDAD Y CANTIDAD DE HOGARES EN LAS COMUNAS DE CHILE

- Con base en el contexto y las definiciones de variables entregadas en la actividad anterior, y usando una planilla Excel, respondan lo siguiente:
 - Construyan –con la “Hoja de Cálculo” de GeoGebra– el gráfico de nube de puntos (herramienta “Análisis de Regresión de dos variables”), considerando como variable independiente la densidad de población y como variable dependiente, la cantidad de hogares de las 346 comunas de la pestaña de Excel “Comunas”.
 - Agreguen la recta de regresión (“Modelo de regresión Lineal”) al gráfico y describan el tipo de relación lineal existente entre las variables.
 - Según la relación entre las variables, ¿cómo debería ser el valor del coeficiente de correlación? Compartan ideas en el grupo y elaboren una hipótesis o conjetura.
 - Utilizando la calculadora científica o la función de Excel “COEF.DE.CORREL()”, calculen el coeficiente de correlación.
- Comparen el tipo de relación lineal mostrado en el gráfico y el valor del coeficiente de correlación obtenido.
 - ¿Se confirma su conjetura? Argumenten.
 - ¿Qué pueden decir del valor de correlación obtenido? Compartan ideas y argumenten.
- Se necesita saber la correlación entre las comunas de cada una de las regiones del país.
 - Completen las siguientes tablas con la información que se solicita:

	Densidad de población (X)	Cantidad de hogares (Y)
Comuna a la que pertenece tu establecimiento educacional		

Usa el Modelo de:	Modelo de regresión lineal ($\hat{Y} = \beta_0 X + \beta_1$)	Valor de coeficiente de correlación (r)	Cantidad de hogares estimada de la comuna a que pertenece el establecimiento (\hat{Y})	Diferencia entre valor real y valor estimado de cantidad de hogares ($Y - \hat{Y}$)
16 regiones				
346 comunas				
Comunas pertenecientes a la región de tu establecimiento educacional				

- b. ¿Qué región tiene correlación más cercana a 1 entre sus comunas? Compartan ideas y argumenten.
 - c. ¿Qué región tiene correlación más cercana a 0 entre sus comunas? Compartan ideas y argumenten.
1. Analicen en el grupo las siguientes situaciones y justifiquen en cada caso.
 - a. Que el coeficiente de correlación sea más cercano a 1, ¿implica necesariamente que la predicción sea mejor?
 - b. ¿A qué se debe que la estimación sea mejor en unos casos que en otros?
 - c. ¿Qué modelo de regresión lineal se ajusta más a la realidad de la comuna de tu establecimiento?
 - d. Si la densidad de población de la comuna en que se encuentra su colegio aumentara al doble, ¿en cuánto variaría la cantidad de hogares con cada modelo calculado en la tabla realizada en 3.a?
 - e. ¿Qué modelo aplicarían para predecir el aumento de la cantidad de hogares de la pregunta anterior?

EXPLORANDO MÁS LA RELACIÓN ENTRE DENSIDAD Y CANTIDAD DE HOGARES

1. Según el contexto y las definiciones de variables entregadas en la actividad anterior, y usando planilla Excel, respondan lo siguiente:
 - a. Si calculamos el coeficiente de correlación entre la región a la que pertenece su colegio y las regiones que colindan por el sur y el norte, ¿mejora el valor del coeficiente respecto del coeficiente de correlación de solo la región del establecimiento? Si está situado en las regiones extremas, usen los valores de las dos regiones siguientes hacia el norte o hacia el sur.
 - b. Grafiquen la nube de puntos de los datos del ejercicio anterior.
 - c. ¿Qué otro tipo de regresión que no sea lineal se podría utilizar? Apoyen su decisión, usando GeoGebra.
2. Analicen las siguientes situaciones y justifiquen en cada caso.
 - a. Si la densidad poblacional disminuyera a la mitad, ¿cuál sería la cantidad de hogares estimada con el modelo de regresión lineal de los datos anteriores?
 - b. Si la densidad poblacional disminuyera a la mitad, ¿cuál sería la cantidad de hogares estimada con el nuevo modelo de regresión lineal? Comparen lo obtenido con los datos anteriores y con el modelo de regresión lineal.
3. Según sus observaciones, ¿cuál sería el mejor modelo de regresión?

ORIENTACIONES PARA EL DOCENTE

1. Si se cuenta con los recursos tecnológicos, se sugiere que los estudiantes interactúen entre GeoGebra y la planilla de cálculo. Para traspasar los datos, sólo se necesita copiar los datos desde Excel y pegarlos en la hoja de cálculo de GeoGebra.
2. Conviene trabajar con los alumnos paso a paso en GeoGebra. Por ejemplo, para crear el gráfico, se selecciona las columnas de la variable independiente y dependiente a graficar, luego se pincha (clic) en la herramienta de GeoGebra “Análisis de Regresión de dos variables” (ubicada en el menú de cuadrados de la hoja de cálculo). Se despliega un recuadro donde aparecerán los datos a graficar.
3. Si se copió el encabezado dentro de la columna, se recomienda marcar el ícono de tuerca para seleccionar la opción “Encabezado(s) como título(s)” y pinchar “Analiza”: aparecerá un recuadro con el gráfico de puntos. Para agregar la recta de regresión, sólo hay que hacer clic debajo del título “Modelo de regresión” y seleccionar la opción “Lineal”.
4. Para exportar a la vista gráfica de GeoGebra, hay que pinchar en la vista de la nube de puntos con el botón derecho del mouse, y seleccionar “copiar en Vista Gráfica”. Si se desea exportar el resultado de la regresión como imagen, seleccionar “Copiar al portapapeles” (guardará la imagen directamente y se podrá pegar en el procesador de texto) o “Exportar como imagen” (creará un archivo de imagen).

5. Dada la naturaleza de las actividades, conviene que los jóvenes también obtengan los valores con calculadora. Habría que trabajar paso a paso, ya que es la oportunidad para mostrar de cómo se obtiene el valor del coeficiente de correlación.
6. Cuando se necesite calcular cada uno de los coeficientes de correlación de las comunas por regiones, se sugiere utilizar la fórmula de Excel “COEF.DE.CORREL()” y luego comparar cada uno de sus resultados para responder a las preguntas.
7. Para decidir cuál modelo es mejor, pueden comparar los valores que se obtiene al reemplazar el valor de la densidad de la población en cada modelo de regresión, y luego compararlos con el valor real de su contexto. Dado que se calculó en la tabla, el que esté más cercano al valor real será el más aproximado, considerando un posible error que oscila entre las diferencias obtenidas en las comparaciones.
8. Cabe enfatizar que lo que mide el valor del coeficiente de correlación es que haya una correlación fuerte o débil entre las variables, pero no indica que el modelo empleado sea necesariamente el mejor. Además, es importante el contexto en que se aplique el modelo.
9. Se sugiere los siguientes indicadores para evaluar formativamente los aprendizajes:
 - Toman decisiones fundamentadas respecto de la correlación entre variables, dependiendo del coeficiente o factor de correlación.
 - Resuelven problemas que involucran la correlación muestral entre dos variables.

RECURSOS Y SITIOS WEB

Sitios web sugeridos para estudiantes y profesores

- “Censo2017_Densidad_Hogares.xlsx”
https://www.curriculumnacional.cl/link/https://www.dropbox.com/s/7334chx8pxmkej/Censo2017_Densidad_Hogares.xlsx?dl=0
- Resultados Censo 2017
<https://www.curriculumnacional.cl/link/http://resultados.censo2017.cl/>
- ¿Qué es y cómo se interpreta el coeficiente de correlación de Pearson?
<https://www.curriculumnacional.cl/link/https://www.webyempresas.com/coeficiente-de-correlacion-de-pearson/>
- Regresión lineal
<https://www.curriculumnacional.cl/link/https://www.GeoGebra.org/m/ppCJqUuf>
- Video: Cálculo del coeficiente de correlación lineal
<https://www.curriculumnacional.cl/link/https://www.youtube.com/watch?v=7ifeqKgZyHA>

Actividad de Evaluación

Objetivos de Aprendizaje

OA 2. Resolver problemas que involucren los conceptos de media muestral, desviación estándar, varianza, coeficiente de variación y correlación muestral entre dos variables, tanto de forma manuscrita como haciendo uso de herramientas tecnológicas digitales.

OA b. Resolver problemas que impliquen variar algunos parámetros en el modelo utilizado y observar cómo eso influye en los resultados obtenidos.

OA d. Argumentar, utilizando lenguaje simbólico y diferentes representaciones para justificar la veracidad o falsedad de una conjetura, y evaluar el alcance y los límites de los argumentos utilizados.

OA i. Buscar, seleccionar, manejar y producir información matemática/cuantitativa confiable a través de la web.

Indicadores de evaluación

- Resuelven problemas que involucran análisis de datos estadísticos con medidas de dispersión.
- Interpretan información que involucra los conceptos de media, desviación estándar, varianza y coeficiente de variación.
- Resuelven problemas que implican la media muestral \bar{X} , considerando los casos con y sin reemplazo.
- Interpretan información que involucra la correlación muestral entre dos variables.
- Resuelven problemas que involucran la correlación muestral entre dos variables.
- Toman decisiones fundamentadas respecto de la correlación entre variables, dependiendo del coeficiente o factor de correlación.

Duración: 6 horas pedagógicas

Se puede usar las siguientes actividades como ejemplos de evaluaciones para la unidad 1, cada una por sí misma o en conjunto. Se sugiere que los jóvenes trabajen algunas colaborativamente para que discutan y propongan estrategias que permitan llegar a la o las soluciones posibles.

1. Estimación del sueldo promedio tras estudiar una carrera.

Uno de los aspectos que considera Fernanda para elegir qué carrera estudiar después de salir del colegio, es el sueldo que recibirá durante los primeros años.

- a. Averigua con amigos y amigas los sueldos mensuales de 5 personas que trabajan en lo que ella quiere y obtiene lo siguiente:

\$800 000	\$800 000	\$700 000	\$800 000	\$1 000 000
-----------	-----------	-----------	-----------	-------------

- b. Considerando el promedio de los 4 primeros datos y luego el promedio con los 5 datos, ¿qué promedio crees que representa mejor las observaciones en este caso? Fundamenta.

2. Estimación de la altura promedio de basquetbolistas.

La altura de los basquetbolistas es mayor que la de los deportistas de otras disciplinas, pues el aro en que deben encestar la pelota está a 3,08 metros del piso. Como es un deporte colectivo que requiere de la colaboración de muchas personas, es esencial crear estrategias y tácticas grupales para obtener buenos rendimientos; uno de los aspectos clave es la función o posición de cada jugador en la cancha.

En un equipo profesional se puede distinguir: un jugador base, normalmente el de menor estatura del equipo, que mide entre 1,80 m y 1,90 m; el escolta, que suele medir entre 1,90 m y 2,00 m; un alero, cuya estatura está entre 2,00 y 2,05 m; un ala-pívot, que suele medir entre 2,00 m y 2,10 m, y un pívot, que normalmente mide más de 2,10 m.

- a. Considerando los datos del texto, determina el promedio de estatura de un equipo de básquetbol profesional.
- b. Según datos de la FIBA (Federación Internacional de Básquetbol), la selección chilena que disputó el último sudamericano en Ambato, Ecuador, en el baloncesto de alta competencia, alcanzó un promedio de 1,93 metros de estatura, unos cinco centímetros por debajo de selecciones como la de Venezuela, cuyo promedio es de 1,97 metros.
 - ¿Cuáles podrían ser las estaturas de los jugadores del equipo chileno?
 - ¿Y del equipo de Venezuela?
 - Si se incorpora al equipo chileno un jugador de 2,06 metros, ¿en cuánto aumentó la media?
- c. El promedio de estatura de los 12 equipos que participarán en la Liga Nacional es de 1,87 metros. ¿Cuál podría ser el promedio de estatura de cada equipo?

3. Estimación de la media de la cantidad de sellos obtenidos.

Considera la variable aleatoria X : cantidad de sellos obtenidos en tres lanzamientos consecutivos de una moneda honesta.

- a. Construye un diagrama de árbol para la cantidad de sellos obtenidos y determina la probabilidad para el número de sellos obtenidos.
- b. Completa la siguiente tabla.

X	$P(X = x)$
0	
1	
2	
3	

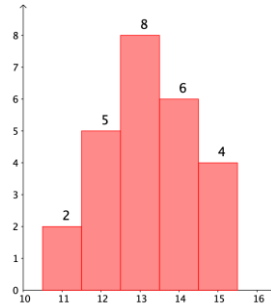
- c. ¿Cuál es la media de la cantidad de sellos en los tres lanzamientos?
- d. ¿Cómo se interpreta dicho valor?

4. Determinar la desviación estándar.

- a. Calcula la desviación estándar de los siguientes datos: 5, 3, 6, 7, 6, 12, 10.
- b. Supón que los siguientes datos provienen de una muestra. Determina la media muestral y la desviación estándar muestral correspondientes.

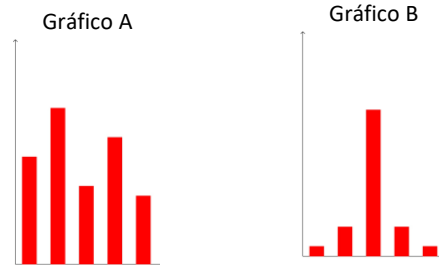
Frecuencia	1	3	5	6	9	4	2	1
Datos	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	2,7	2,8

- c. Determina la media aritmética muestral y la desviación estándar muestral de los datos representados en el gráfico adjunto.

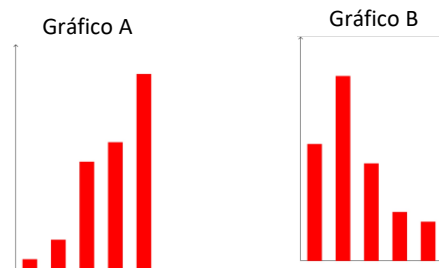


5. Inferir a partir de los gráficos.

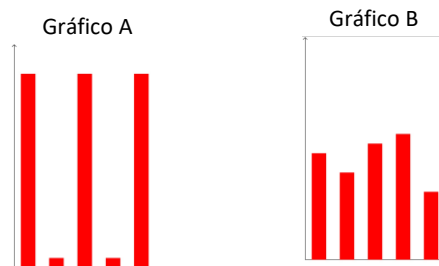
- a. En ambos gráficos adjuntos, se tiene $\bar{x} = 164$. ¿En cuál de ellos la media aritmética es más representativa? Justifica tu respuesta.



- b. ¿En cuál de los gráficos adjuntos es mayor la media aritmética? Justifica tu respuesta.



- c. ¿En cuál de los gráficos adjuntos es mayor la desviación estándar? Justifica tu respuesta.



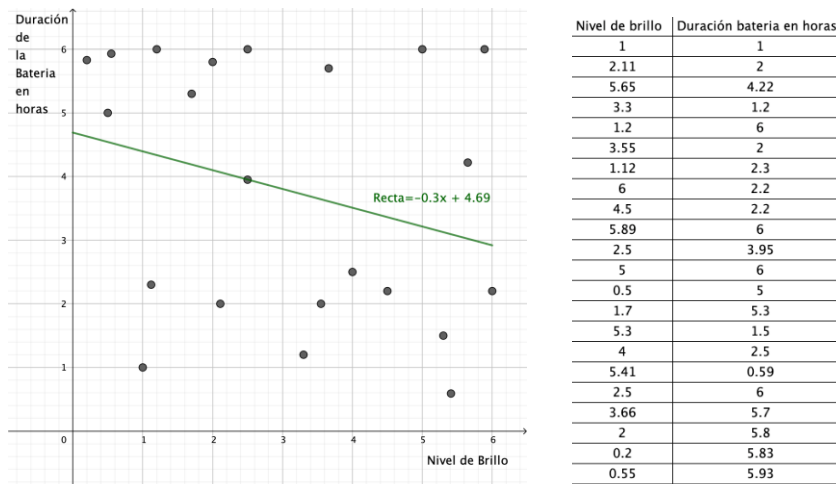
- c. Completa la siguiente tabla con las medias muestrales solicitadas, sin reposición y equiprobables:

Tipos de muestra	Media de las medias muestrales	Promedio de la población
10 muestras de tamaño 5		
10 muestras de tamaño 10		
10 muestras de tamaño 15		
20 muestras de tamaño 5		
20 muestras de tamaño 10		
20 muestras de tamaño 15		

- d. Según los datos obtenidos, responde:
- ¿Qué relación existe entre las medias muestrales y el promedio de la población?
 - A medida que aumenta el tamaño de la muestra, ¿qué sucede con las medias muestrales y el promedio de la población?
 - A medida que aumenta el tamaño de la muestra y la cantidad de muestras, ¿qué sucede con las medias muestrales y el promedio de la población?

10. Batería del celular versus brillo de pantalla.

Tienes información acerca de la relación entre la duración de la batería del celular y el brillo de la pantalla. Observa el gráfico y la tabla, y responde las preguntas.



- Argumenta sobre el tipo de relación lineal existente entre las variables.
- Calcula la distancia mínima entre la recta y el punto que más se aleja de la recta de regresión.
- Considerando la ecuación de la recta de regresión, si el nivel de brillo de un aparato "JS" fuera de 4,93, ¿cuál sería la estimación de la duración de la batería?
- Elabora, al menos, tres preguntas que puedan responderse a partir de esa información.

11. ¿Cambia la recta de regresión al agregar más datos?

- Realiza una encuesta a 25 estudiantes del curso referente a su masa y altura.
- Construye gráficos de nubes de puntos con las rectas de regresión de 10, 20 y 25 estudiantes respectivamente, según el orden en que contestaron la encuesta.
- Describe el tipo de relación lineal existente entre las variables de 10, 20 y 25 personas.
- ¿En qué se diferencian las rectas de regresión de los grupos de 10, 20 y 25 personas?
- Si preguntaras a otros 5 estudiantes su masa y estatura, ¿se podría estimar cómo cambiaría la recta de regresión? ¿Por qué?
- Pregunta a otras 5 personas su masa y altura, registra los resultados y comprueba si coincide con tu respuesta anterior.

12. Batería del celular versus horas de juego.

- Completa la siguiente tabla y responde.

Modelo de computador	Horas de juego (X)	Hora de batería restante (Y)	$X \cdot Y$	X^2	Y^2
A	2,2	1			
B	3	0,8			
C	1	1,1			
D	2,1	0,9			
E	2,9	0,6			
F	1,5	1,1			
G	1,3	1,2			
H	2,5	0,9			

- Calcula la suma de todos los valores de las columnas ($X, Y, X \cdot Y, X^2, Y^2$) y obtén el coeficiente de correlación lineal de Pearson.
- Grafica la nube de puntos y la recta de regresión.
- Compara el tipo de relación lineal deducido en el gráfico con el valor del coeficiente de correlación obtenido. ¿Qué puedes decir de la correlación?

PAUTA DE EVALUACIÓN

Criterios de evaluación	Niveles de logros		
	Completamente logrado	Se observa aspectos específicos que pueden mejorar	No logrado por ausencia o no se puede entender nada
Determinan el promedio de datos para elegir la mejor alternativa.			
Varían la cantidad de datos para determinar un promedio.			
Elaboran diagramas de árboles para determinar la probabilidad.			
Interpretan el valor del promedio según el contexto.			
Calculan la desviación estándar para caracterizar la distribución de los datos.			
Extraen información de un histograma para calcular el promedio y la desviación estándar muestral.			
Analizan gráficos según la media aritmética de los datos.			
Justifican respuestas relacionadas con la distribución de los datos.			
Evalúan diferentes gráficos según su desviación estándar.			
Comparan histogramas según su desviación estándar para tomar decisiones.			
Comparan medias muestrales y promedio de los datos de una situación aleatoria.			
Relacionan medias muestrales y el promedio de la población con datos tomados de su entorno.			
Comparan datos de un gráfico de nube de puntos, según la regresión lineal de los datos.			
Analizan y varían datos, determinando la regresión lineal.			
Elaboran un gráfico de nube de puntos y calculan el coeficiente de regresión lineal.			