

# Unidad 1: ¿Qué dicen los gráficos? Análisis crítico de la información

## Propósito de la unidad

Se procura que los estudiantes resuelvan problemas que involucran elegir la representación gráfica más adecuada para describir tendencias de datos recopilados. Se espera que interpreten y elaboren diferentes maneras de representar información, de forma manual y usando herramientas digitales, que analicen críticamente la información y, sobre esa base, tomen decisiones y las argumenten. Algunas preguntas que pueden orientar el desarrollo de esta unidad son: ¿De qué manera el fenómeno o los datos que se necesita representar, determinan qué tipo de gráfico elegir? ¿Por qué la toma de decisiones depende del tipo de gráfico utilizado?

## Objetivos de Aprendizaje

### OA 1.

Argumentar y comunicar decisiones a partir del análisis crítico de información presente en histogramas, polígonos de frecuencia, frecuencia acumulada, diagramas de cajón y nube de puntos, incluyendo el uso de herramientas digitales.

**OA c.** Tomar decisiones fundamentadas en evidencia estadística y/o en la evaluación de resultados obtenidos a partir de un modelo probabilístico.

**OA d.** Argumentar, utilizando lenguaje simbólico y diferentes representaciones, para justificar la veracidad o falsedad de una conjetura, y evaluar el alcance y los límites de los argumentos utilizados.

**OA i.** Buscar, seleccionar, manejar y producir información matemática/cuantitativa confiable a través de la web.

## Actividad 1: Analizar críticamente la información en el contexto de las estadísticas vitales

### PROPÓSITO

Los estudiantes comprenden que, para estudiar un cierto fenómeno, hay que recolectar, representar, interpretar y comunicar gráficamente la información. Los datos estadísticos que se calcula son formas de analizar la situación y permiten hacer inferencias y tomar decisiones pertinentes en situaciones problemáticas. Para esto, trabajan de forma colaborativa y se interesan por las posibilidades que ofrece la tecnología para el desarrollo intelectual y para el desarrollo del individuo.

### Objetivos de Aprendizaje

**OA 1.** Argumentar y comunicar decisiones a partir del análisis crítico de información presente en histogramas, polígonos de frecuencia, frecuencia acumulada, diagramas de cajón y nube de puntos, incluyendo el uso de herramientas digitales.

**OA c.** Tomar decisiones fundamentadas en evidencia estadística y/o en la evaluación de resultados obtenidos a partir de un modelo probabilístico.

**OA d.** Argumentar, utilizando lenguaje simbólico y diferentes representaciones, para justificar la veracidad o falsedad de una conjetura, y evaluar el alcance y los límites de los argumentos utilizados.

**OA i.** Buscar, seleccionar, manejar y producir información matemática/cuantitativa confiable a través de la web.

### Actitudes

- Interesarse por las posibilidades que ofrece la tecnología para el desarrollo intelectual, personal y social del individuo.

**Duración:** 12 horas pedagógicas.

## DESARROLLO

### COMPRIENDIENDO LA ESPERANZA DE VIDA

La esperanza de vida al nacer es una estimación del promedio de años que vivirá un grupo de personas nacidas el mismo año, si las condiciones de mortalidad de la región o el país evaluado se mantuvieran constantes. La siguiente tabla, elaborada por el Instituto Nacional de Estadísticas (INE), muestra las esperanzas de vida de Chile desde 1992 hasta la estimación para 2021<sup>4</sup>.

Conexión interdisciplinaria:  
**Ciencias para la Ciudadanía**  
OA d, e, 3° y 4° medio.  
**Educación Ciudadana**  
OA a, f, 3° y 4° medio.

Esperanza de vida al nacer	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
Ambos sexos	74,1	74,4	74,7	75,0	75,3	75,6	75,8	76,1	76,4	76,6	76,9	77,1	77,4	77,6	77,8
Hombres	71,1	71,4	71,7	72,0	72,3	72,5	72,8	73,1	73,4	73,6	73,9	74,2	74,4	74,7	74,9
Mujeres	77,2	77,5	77,8	78,1	78,4	78,7	78,9	79,2	79,5	79,8	80,0	80,2	80,5	80,7	80,9

Esperanza de vida al nacer	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021
Ambos sexos	78,1	78,3	78,5	78,7	79,0	79,2	79,4	79,6	79,8	80,0	80,2	80,4	80,6	80,8	81,0
Hombres	75,1	75,4	75,6	75,9	76,1	76,3	76,6	76,8	77,0	77,2	77,4	77,7	77,9	78,1	78,3
Mujeres	81,1	81,3	81,5	81,7	81,9	82,1	82,3	82,5	82,7	82,9	83,0	83,2	83,4	83,6	83,8

- Organícense en grupos y abran una planilla de cálculo (como Excel), ingresen los datos de la tabla y luego sombreen la fila de los hombres (sólo números). Debiese quedar como la siguiente:

Año	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021
Hombres	71,1	71,4	71,7	72,0	72,3	72,5	72,8	73,1	73,4	73,6	73,9	74,2	74,4	74,7	74,9	75,1	75,4	75,6	75,9	76,1	76,3	76,6	76,8	77,0	77,2	77,4	77,7	77,9	78,1	78,3
Mujeres	77,2	77,5	77,8	78,1	78,4	78,7	78,9	79,2	79,5	79,8	80,0	80,2	80,5	80,7	80,9	81,1	81,3	81,5	81,7	81,9	82,1	82,3	82,5	82,7	82,9	83,0	83,2	83,4	83,6	83,8

- Luego, en el Menú Insertar, seleccionen la herramienta Gráficos recomendados, escojan el de barras verticales y se creará un gráfico de barras que representa los datos seleccionados. Hagan clic con el botón derecho en el área blanca del gráfico (al costado del título), escojan la opción “Seleccionar datos...” y escriban el título “Esperanza de vida (hombres)”. Además, agreguen la fila “Años” en la casilla “Etiquetas del eje horizontal (categoría)”.
- Siguiendo los mismos pasos, construyan ahora un gráfico para mujeres, análogo al anterior.
- Investiguen, indicando las fuentes utilizadas, cómo se ha podido “extrapolar” la esperanza de vida hasta el año 2021, a partir de esta información y gráficos. ¿Se relaciona con la tendencia que ha seguido a través de los años precedentes, desde 1992?


<sup>4</sup> Datos extraídos desde <https://www.censo2017.cl/descargas/proyecciones/metodologia-estimaciones-y-proyecciones-de-poblacion-chile-1992-2050.pdf>

2. Observen el gráfico que representa la esperanza de vida para hombres y respondan:
  - a. ¿Cuál es la menor y mayor esperanza de vida y en qué años se dan?
  - b. ¿A partir de qué año la esperanza de vida es de más de 75 años?
  - c. ¿En qué año alcanzó los 77 años?
  - d. ¿Entre qué años varía de 72 a 77 años?
  - e. A partir de 1992, ¿en cuántos años aumenta la esperanza de vida en hombres hasta 2021?
  - f. Respecto de 1992, ¿qué porcentaje ha aumentado la esperanza de vida en hombres hasta 2021? Expliquen su procedimiento.
  - g. Redacten tres preguntas, diferentes a las anteriores, que se pueda realizar a partir del gráfico, y pidan a otro grupo que las responda. Verifiquen las respuestas.
  
3. Observen el gráfico que representa la esperanza de vida para mujeres y respondan:
  - a. ¿Cuál es la menor y mayor esperanza de vida y en qué años se dan?
  - b. ¿Cuál es la tendencia en la esperanza de vida a medida que transcurren los años?
  - c. ¿A partir de qué año la esperanza de vida es de más de 75 años?
  - d. ¿En qué año alcanzó los 80 años?
  - e. A partir de 1992, ¿en cuántos años aumenta la esperanza de vida hasta 2021?
  - f. Respecto de 1992, ¿qué porcentaje ha aumentado la esperanza de vida en mujeres hasta 2021? Expliquen su procedimiento.
  - g. Redacten tres preguntas, diferentes a las anteriores, que se pueda realizar a partir del gráfico, y pidan a otro grupo que las responda. Verifiquen las respuestas.

## COMPARACIÓN DE LA ESPERANZA DE VIDA ENTRE HOMBRES Y MUJERES

1. En grupos, construyan un solo gráfico en la planilla de cálculo, con la esperanza de vida de hombres y mujeres.
  - a. Para esto, deben seleccionar simultáneamente los datos de hombres y mujeres en la tabla que tienen en la planilla de cálculo, como se muestra en la siguiente imagen:

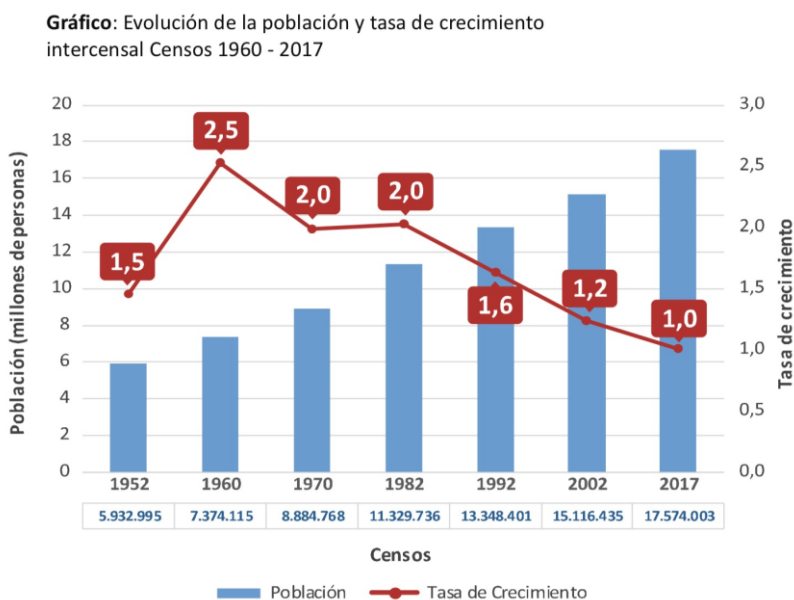
Año	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021
Hombres	71,1	71,4	71,7	72,0	72,3	72,5	72,8	73,1	73,4	73,6	73,9	74,2	74,4	74,7	74,9	75,1	75,4	75,6	75,9	76,1	76,3	76,6	76,8	77,0	77,2	77,4	77,7	77,9	78,1	78,3
Mujeres	77,2	77,5	77,8	78,1	78,4	78,7	78,9	79,2	79,5	79,8	80,0	80,2	80,5	80,7	80,9	81,1	81,3	81,5	81,7	81,9	82,1	82,3	82,5	82,7	82,9	83,0	83,2	83,4	83,6	83,8

- b. Luego, en el menú Insertar, escojan la opción “Columnas” y el gráfico de barras agrupadas (tiene este aspecto en Excel: ).
2. Observen el gráfico obtenido en 1b. y respondan:
  - a. ¿Es similar la tendencia (aumentar o disminuir) de la esperanza de vida a través de los años para hombres y mujeres? Dialoguen en el grupo y respondan.
  - b. En 1992, las mujeres tenían una esperanza de vida de 77,2 años. ¿En qué año los hombres llegaron a esta misma cifra?
  - c. ¿Cuántos años más que los hombres vivían las mujeres en 1992? ¿De cuántos años será esta diferencia en 2021?
  - d. ¿En qué año se dio la mayor diferencia entre la esperanza de vida de hombres y de mujeres? ¿En qué año se dio la menor diferencia? Discutan en el grupo y respondan.
  - e. ¿Cuál es la tendencia en la diferencia de años de la esperanza de vida entre hombres y mujeres? Compartan ideas en el grupo y respondan.
3. Investiguen acerca de las razones de la diferencia en la esperanza de vida entre hombres y mujeres, e indiquen las fuentes utilizadas.
  - a. ¿Es un hecho científico que las mujeres viven más que los hombres?
  - b. ¿Qué otras causas colaboran en este fenómeno?
  - c. ¿Es posible que la esperanza de vida entre hombres y mujeres se iguale en algún momento? Discutan en el grupo y respondan.
4. Investiguen, indicando las fuentes utilizadas, qué implica la evolución en la esperanza de vida de hombres y mujeres con relación a:
  - a. La edad de jubilación.
  - b. Las pensiones obtenidas y los mecanismos involucrados a partir de la administración de los fondos mediante las AFP u otras instituciones.
  - c. El segmento de adultos mayores, ¿es cada vez mayor? ¿Envejece la población? Discutan en el grupo y respondan.
  - d. ¿Qué medidas deben adoptar los países con relación a este fenómeno? Aporten ideas en el grupo y respondan.

## EVOLUCIÓN DE LA POBLACIÓN Y TASA DE CRECIMIENTO

En el último censo de población, realizado en 2017, se determinó que hemos llegado a 17.574.003 habitantes en Chile. El siguiente gráfico de barras y de líneas<sup>5</sup> muestra cómo ha ido creciendo la población desde 1952.

Conexión interdisciplinaria:  
**Educación Ciudadana**  
OA a, c, 3° y 4° medio.



- Estimación de la cantidad de personas desde un gráfico. Respondan lo siguiente:
  - ¿Alrededor de cuántas personas había en 1970? Hagan una estimación a partir de las cifras entregadas.
  - Si nacieron el mismo año en que se realizó un censo, estimen alrededor de cuántas personas había en Chile en ese momento. Aporten ideas en el grupo y respondan.
  - Si no nacieron en un año en el que se haya efectuado un censo, estimen el rango de personas que había entre el censo anterior y el posterior al año en que nacieron (por ejemplo: “había más de... y menos de...”). Discutan en el grupo y respondan.
  - Respecto de 2002, ¿en qué porcentaje aumentó la cantidad de personas en 2017? Expliquen su procedimiento.
- Estimación de porcentajes, duplicación o triplicación de la población y tendencias. Respondan lo siguiente:
  - ¿Qué porcentaje era la cantidad de personas en 2002 respecto de 2017? Expliquen su procedimiento.
  - Determinen aproximadamente cuándo se duplicó la cantidad de personas que había en 1952. Expliquen su procedimiento.

<sup>5</sup> Presentado en la segunda entrega de resultados del censo en 2017. Extraído desde [http://www.censo2017.cl/wp-content/uploads/2018/05/presentacion\\_de\\_la\\_segunda\\_entrega\\_de\\_resultados\\_censo2017.pdf](http://www.censo2017.cl/wp-content/uploads/2018/05/presentacion_de_la_segunda_entrega_de_resultados_censo2017.pdf)

- c. ¿Ha habido otras duplicaciones del número de personas desde 1952? Dialoguen en el grupo y respondan.
  - d. Según los datos del gráfico, ¿ha ocurrido que la cantidad de personas se haya triplicado? Discutan en el grupo y respondan.
  - e. ¿Cuál es la tendencia en el número de personas desde 1952 hasta 2017? Comenten en el grupo y respondan.
  - f. Si se mantuviera la tendencia que muestra el gráfico y se realizara un nuevo censo en 2022, ¿cuál sería la cantidad estimada de personas en Chile ese año? ¿Y en 2032? Compartan ideas en el grupo y argumenten.
3. La “tasa de crecimiento medio anual de la población” (o simplemente “tasa de crecimiento”) corresponde al incremento promedio anual de personas<sup>6</sup>; en este caso, se calculará por cada cien habitantes. Entre los censos de 1952 y de 1960, la población en Chile creció a un ritmo promedio de 2,5 personas (línea roja en el gráfico). Respondan lo siguiente.
- a. ¿Cuál fue la tasa de crecimiento de 1982?
  - b. Según los datos del gráfico, ¿cuáles han sido la mayor y la menor tasa de crecimiento medio anual de la población registrada en los censos?
  - c. ¿Qué tendencia muestra la tasa de crecimiento registrada en los censos desde 1952 hasta 2017? Aporten ideas en el grupo y argumenten.
4. Estimación de las variaciones en la tasa de crecimiento entre periodos. Respondan lo siguiente:
- a. ¿Cuál fue la variación en la tasa de crecimiento registrada entre los censos de 1960 y de 1982? Discutan en el grupo y argumenten.
  - b. ¿Cuál fue la variación en la tasa de crecimiento registrada entre los censos de 1982 y de 2002? Compartan ideas en el grupo y argumenten.
  - c. Observen que las variaciones de tasas de crecimiento pedidas en las dos preguntas anteriores se dan en intervalos de aproximadamente 20 años y comparen ambas variaciones. ¿Qué pueden decir de esta comparación? Dialoguen en el grupo y argumenten.
5. Tendencias en la tasa de crecimiento a través de los años. Respondan lo siguiente:
- a. Observen que la tasa de crecimiento en el censo de 1952 es similar a la del censo de 1992. Pero ¿cómo caracterizar o describir ambas tasas, acorde a la tendencia en cada caso? ¿Cuál sería la diferencia? (no se refiere a la diferencia numérica).
  - b. Si se mantiene la tendencia en la tasa de crecimiento que viene desde 1982, estimen la tasa de crecimiento que se registraría en un eventual censo en 2022.
  - c. Hagan la misma estimación anterior para un posible censo el 2032. Dialoguen en el grupo y argumenten.

---

<sup>6</sup> Se corrige según el número de defunciones, de inmigrantes y de emigrantes.

6. Investiguen acerca de la tendencia en la tasa de crecimiento, e indiquen las fuentes utilizadas. Compartan ideas en el grupo y argumenten.
  - a. Si se mantiene la tendencia en la tasa de crecimiento que viene desde 1982, ¿podría ocurrir que la tasa de crecimiento fuese negativa?
  - b. ¿Cuándo podría suceder aproximadamente?
  - c. ¿Cómo afectaría a la cantidad de personas si la tasa de crecimiento fuese negativa?

### ANALIZAR GRÁFICAMENTE LAS CAUSAS DE UNA INTOXICACIÓN CON ALIMENTOS

Al día siguiente de una cena a la que asistieron 19 personas, varias sufrieron síntomas de intoxicación por consumir algún alimento en mal estado. Para detectar cuál o cuáles de los alimentos consumidos provocaron la intoxicación, en los días siguientes encuestó a los comensales sobre lo que cada uno ingirió.

Después de un análisis, se redujo a dos los alimentos que pudieron causar la intoxicación: tomates o bebidas. La tabla adjunta muestra los resultados de la encuesta para estos alimentos.

	Tomate	Bebidas	Salud
1	1	1	Enfermo
2	1	1	Enfermo
3	0	1	Enfermo
4	0	1	Sano
5	0	1	Enfermo
6	1	1	Enfermo
7	0	1	Sano
8	0	1	Enfermo
9	1	1	Enfermo
10	0	1	Enfermo
11	0	0	Enfermo
12	1	1	Sano
13	1	1	Sano
14	0	1	Enfermo
15	1	1	Enfermo
16	0	1	Enfermo
17	1	0	Enfermo
18	1	1	Enfermo
19	1	0	Sano

1. En el siguiente gráfico, registren los datos de la tabla como se indica a continuación:
  - a. Cada persona sana se representa con un círculo y cada persona enferma con una cruz.
  - b. Completen el gráfico con todos los datos de la tabla y vayan agrupando a las personas en el gráfico, según hayan consumido sólo tomates, sólo bebidas, ambos o ninguno.

Conexión interdisciplinaria:  
**Ciencias para la Ciudadanía**  
OA d, e, 3° y 4° medio.



- c. A modo de ejemplo, se ha graficado a las personas 4, 5, 6 y 7 de la tabla.



2. Análisis de las causas. Compartan ideas en el grupo y argumenten según lo que muestra el gráfico.
  - a. ¿En qué partes del gráfico se concentra la mayor cantidad de personas?
  - b. ¿Se puede decir que hay alguna tendencia entre las personas que no consumieron bebidas?
  - c. ¿Se puede afirmar que hay alguna tendencia entre las personas que no consumieron tomates?
  - d. ¿Se puede afirmar que hay alguna tendencia entre las personas que sí consumieron tomates?
  - e. ¿Se puede afirmar que hay alguna tendencia entre las personas que sí consumieron bebidas?
3. Conclusiones. De los análisis anteriores, aporten ideas en el grupo y concluyan.
  - a. ¿Es el tomate el causante de la intoxicación?
  - b. ¿Son las bebidas?
  - c. ¿Son ambos?

### ORIENTACIONES PARA EL DOCENTE

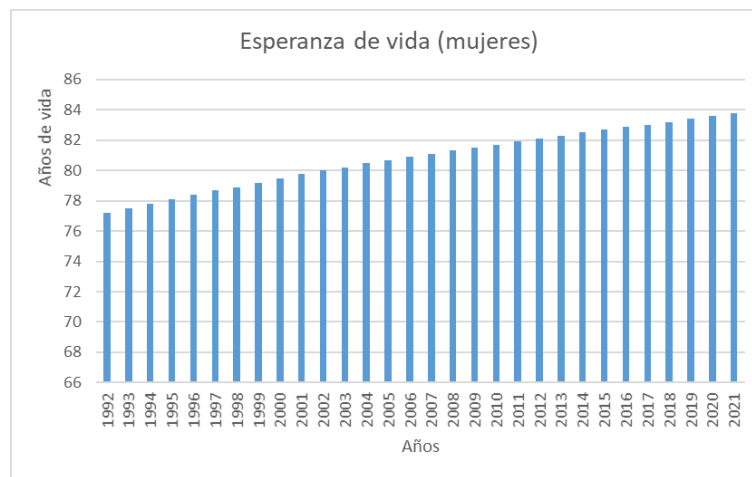
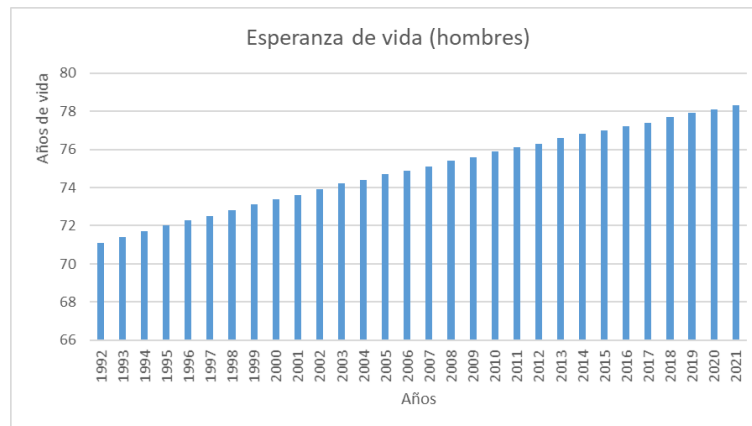
1. Se sugiere comenzar la unidad con una evaluación diagnóstica para activar conocimientos previos de 2° medio. Algunas de las preguntas o instrucciones pueden ser:
  - ¿Qué información te entrega un gráfico a diferencia de la que te entrega una tabla?
  - ¿Cuáles son las características de un gráfico de barra y de un histograma?
  - Haz una lista con todos los gráficos y sus características, según lo trabajado en años anteriores.
  - ¿Qué entiendes por manipulación de gráficos?
  - ¿Qué es el crecimiento porcentual? ¿Cómo se calcula? ¿Por qué podría servir para entregar información estadística?

2. Se recomienda realizar algunos gráficos con una planilla de cálculo, reforzar la estructura de los gráficos y revisar sus elementos básicos:
  - Título del gráfico: texto descriptivo que se coloca en la parte superior.
  - Series de datos: los puntos de datos relacionados entre sí trazados en un gráfico. Cada serie de datos tiene un color exclusivo. Un gráfico puede tener una o más series de datos, a excepción de los gráficos circulares, que solamente pueden tener una serie de datos.
  - Ejes: líneas que sirven como referencia de medida. El eje vertical generalmente contiene datos. El eje horizontal suele contener las categorías del gráfico. Comienzan en el cero y se debe mantener la proporcionalidad en las marcaciones y medidas.
  - Título de eje: texto descriptivo para cada eje.
  - Leyenda: recuadro que ayuda a identificar los colores asignados a las series de datos.
  
3. Dado que uno de los objetivos de la unidad 1 es OA 1 (Argumentar y comunicar decisiones a partir del análisis crítico de información presente en histogramas, polígonos de frecuencia, frecuencia acumulada, diagramas de cajón y nube de puntos, incluyendo el uso de herramientas digitales), se sugiere compartir la siguiente propuesta de rúbrica con los jóvenes para que evalúen si el gráfico elaborado comunica la información de la situación de forma adecuada:

	Totalmente logrado	Medianamente logrado	No logrado
<b>Criterios</b>			
Identifican las variables del problema.	Nombran los ejes o etiquetas según las variables de la situación, identificando entre la característica y los datos de esta en las etiquetas.	Nombran los ejes o etiquetas, que coinciden parcialmente con la situación.	Se nombra los ejes según una situación diferente.
Organizan las unidades de medida dentro del gráfico.	Las unidades utilizadas son etiquetadas, distribuidas de modo uniforme en los ejes, y están relacionadas con los datos del problema.	Las unidades utilizadas están distribuidas de modo uniforme y solo uno de los ejes está relacionado con los datos del problema.	Las unidades utilizadas se distribuyen de forma aleatoria y están relacionadas con un problema diferente al propuesto.
Elaboran el título del gráfico.	Se incluye las variables de la situación, la relación de dependencia y las unidades en que se va a presentar la información.	Se incluye las variables de la situación.	Se incluye palabras que corresponden a una situación diferente.
Seleccionan gráficos pertinentes a la situación.	El gráfico utilizado presenta la información y permite hacer interpretaciones de la situación.	El gráfico utilizado presenta la información.	El gráfico utilizado presenta la información de otra situación.

4. Una vez construidos los gráficos en la planilla de cálculo, se sugiere que primero interpreten separadamente los gráficos sobre la esperanza de vida de hombres y mujeres, y respondan las preguntas correspondientes. En cada caso, el grupo debe compartir ideas y argumentar. También

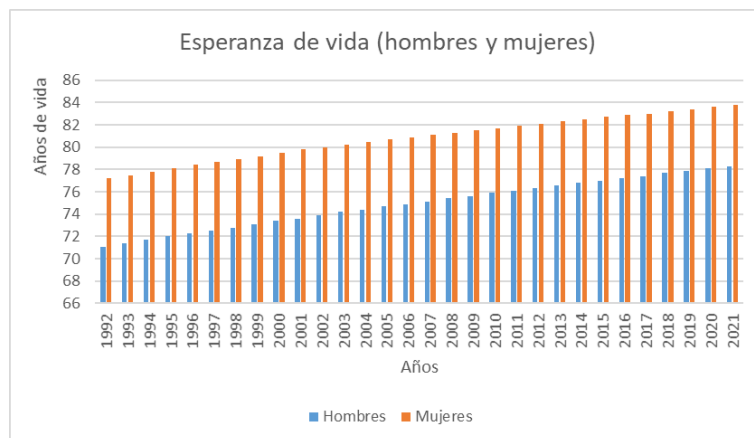
conviene que los propios estudiantes elaboren preguntas que se pueda responder a partir del gráfico y las intercambien con otros grupos. Los gráficos deberían ser similares a los siguientes:



- Se sugiere que los alumnos trabajen colaborativamente con una planilla de cálculo (como Excel) para desarrollar habilidades asociadas al análisis crítico de información. También se recomienda que determinen la tasa de crecimiento de una población a partir de los siguientes pasos:
  - Identifica el valor inicial: la población al inicio del año 2017 era de 2,36 millones.
  - Determina el valor final: la población al final del año 2017 era de 3 millones.
  - Determina el periodo de crecimiento: un año ( $s$ )
  - Calcula la tasa de crecimiento anual:  $\frac{3-2,36}{2,36} \cdot 100$

Para más años, se debe utilizar una fórmula con exponentes; conviene relacionar con el crecimiento porcentual.
- Dado que los gráficos entregan información hasta el año 2021, se sugiere también que investiguen –indicando las fuentes de información– cómo se puede “extrapolar” comportamientos a periodos que aún no ocurren y de qué manera esto se vincula con la tendencia que sigue la esperanza de vida en hombres y mujeres hasta los periodos precedentes.

7. Para comparar las tendencias, se plantea mostrar las esperanzas de vida de hombres y mujeres en un solo gráfico. Conviene que usen el gráfico de barras agrupadas en la planilla de cálculo, y que revisen los elementos gráficos básicos mencionados. En cada pregunta, el grupo debe compartir ideas y argumentar. El gráfico que se pide en la planilla de cálculo debería ser similar al siguiente:



8. Se recomienda ampliar el tipo de preguntas relacionadas con la esperanza de vida a otros aspectos, por ejemplo: las causas científicas para las diferencias entre hombres y mujeres, o conexiones con el sistema de pensiones y la jubilación y considerar que la población de adultos mayores está creciendo y las medidas que van adoptando los países al respecto.
9. En la actividad de la evolución de la población a través de los años y la tasa de crecimiento, se sugiere que los alumnos estimen –a partir de un gráfico dado– la cantidad de personas en cada periodo, más allá de las cifras exactas que puedan aparecer. Lo importante es que se manejen con órdenes de magnitud y establezcan comparaciones entre diferentes años. También tienen que poder llevar la información y comparaciones a porcentajes, y establecer aquellos momentos en que la población se ha duplicado o incluso triplicado.
10. Con relación a la tasa de crecimiento, se recomienda que observen su tendencia a través de los diferentes periodos. Deberían argumentar acerca de las variaciones en dicho índice y ser capaces de caracterizarlo en periodos diferentes, aun cuando haya valores similares; por ejemplo, en 1952 y 1992.
11. La actividad relacionada con la “intoxicación” propone un contexto donde se utiliza de manera básica un gráfico de dispersión para tomar una decisión o discriminar información. La idea es que comprendan y valoren que una representación de este tipo permite observar tendencias y buscar posibles causas que, si no fuera por el aspecto “gráfico”, sería más difícil determinar.

12. Para que analicen la situación planteada, se recomienda usar un gráfico de dispersión simple, donde deben registrar los datos de la tabla en cuatro zonas, agrupando en ellas a las personas que sólo comieron tomate, las que sólo ingirieron bebidas, las que consumieron ambos y las que no los consumieron.
13. Finalmente, como se les pide que tomen una decisión, las respuestas correctas a las preguntas debiesen permitirles decidir qué causó la intoxicación. Es especialmente importante que justifiquen su decisión, según qué entendieron al leer su propio gráfico.
14. Se sugiere los siguientes indicadores para evaluar formativamente los aprendizajes:
  - Representan información en histogramas, nube de puntos, diagrama de cajón, polígonos de frecuencia y de frecuencia acumulada, para interpretar dicha información.
  - Resuelven problemas que involucran comparar conjuntos de datos, a partir de diagramas de cajón, nube de puntos, histogramas, polígonos de frecuencia y frecuencia acumulada.
  - Elaboran histogramas, nube de puntos, polígonos de frecuencia, frecuencia acumulada y diagramas de cajón, en forma manual y con herramientas digitales.

## RECURSOS Y SITIOS WEB

### *Sitios web sugeridos para estudiantes y profesores*

- Publicación “Metodología estimaciones y proyecciones de población Chile 1992-2050”  
<https://curriculumnacional.cl/link/https://www.censo2017.cl/descargas/proyecciones/metodologia-estimaciones-y-proyecciones-de-poblacion-chile-1992-2050.pdf>
- Segunda entrega de resultados del censo en 2017  
[https://curriculumnacional.cl/link/http://www.censo2017.cl/wp-content/uploads/2018/05/presentacion\\_de\\_la\\_segunda\\_entrega\\_de\\_resultados\\_censo2017.pdf](https://curriculumnacional.cl/link/http://www.censo2017.cl/wp-content/uploads/2018/05/presentacion_de_la_segunda_entrega_de_resultados_censo2017.pdf)
- Sitio web que describe 61 tipos diferentes de gráficos de datos  
<https://curriculumnacional.cl/link/https://www.ingeniovirtual.com/tipos-de-graficos-y-diagramas-para-la-visualizacion-de-datos/>
- Sitio web generador de gráficos estadísticos (se pueden guardar como imagen)  
<https://curriculumnacional.cl/link/https://www.generadordegraficos.com>
- Sitio web que explica cómo construir un gráfico en Excel  
<https://curriculumnacional.cl/link/https://support.office.com/es-es/article/crear-un-gráfico-de-principio-a-fin-0baf399e-dd61-4e18-8a73-b3fd5d5680c2#OfficeVersion=Windows>

## Actividad 2: ¿Cómo representar estadísticamente datos y fenómenos?

### PROPÓSITO

Los estudiantes desarrollan una mayor comprensión acerca de cómo construir y usar diferentes representaciones gráficas al resolver problemas, y el tipo de preguntas que puede responderse a partir de tales representaciones, considerando sus posibilidades y restricciones. Además, ahondan en la manera en que dos o más representaciones se pueden complementar para ampliar la información y responder con mayor profundidad a las preguntas. Deben valorar y usar las herramientas tecnológicas para informarse, investigar y comunicarse con representaciones adecuadas.

### Objetivos de Aprendizaje

**OA 1.** Argumentar y comunicar decisiones a partir del análisis crítico de información presente en histogramas, polígonos de frecuencia, frecuencia acumulada, diagramas de cajón y nube de puntos, incluyendo el uso de herramientas digitales.

**OA c.** Tomar decisiones fundamentadas en evidencia estadística y/o en la evaluación de resultados obtenidos a partir de un modelo probabilístico.

**OA i.** Buscar, seleccionar, manejar y producir información matemática/cuantitativa confiable a través de la web.

### Actitudes

- Valorar las TIC como una oportunidad para informarse, investigar, socializar, comunicarse y participar como ciudadano.

**Duración:** 18 horas pedagógicas

## DESARROLLO

### CONSTRUCCIÓN DE HISTOGRAMA E INTERPRETACIÓN DE INFORMACIÓN

1. Como parte de las estadísticas vitales que el INE genera a través de los años, una de las informaciones que se encuentra disponible es el número de defunciones por tramo etario. Por ejemplo, en la siguiente tabla<sup>7</sup> se muestra las defunciones por tramo de edad en 2017:

Tramo etario (años)	Número de fallecimientos
Menores de 1 año	1559
1 a 4	223
5 a 9	143
10 a 14	175
15 a 19	541
20 a 24	875
25 a 29	1050
30 a 34	1154
35 a 39	1346
40 a 44	1933
45 a 49	2753
50 a 54	4231
55 a 59	5829
60 a 64	7250
65 a 69	8858
70 a 74	11214
75 a 79	12842
80 a 84	14096
85 a 89	15456
90 a 94	9874
95 a 99	3970
100 o más años	972
<b>TOTAL</b>	<b>106 344</b>

Conexión interdisciplinaria:  
**Ciencias para la Ciudadanía**  
OA d, e, 3° y 4° medio.

<sup>7</sup> Extraído del Instituto Nacional de Estadísticas de Chile, que estuvieron disponibles entre 2018 y 2019.

a. Completa la siguiente tabla con las frecuencias relativas porcentuales:

Tramo etario (años)	Número de fallecimientos	Frecuencia relativa	Frecuencia relativa porcentual (%)
Menores de 1 año	1559		
1 a 4	223		
5 a 9	143		
10 a 14	175		
15 a 19	541		
20 a 24	875		
25 a 29	1050		
30 a 34	1154		
35 a 39	1346		
40 a 44	1933		
45 a 49	2753		
50 a 54	4231		
55 a 59	5829		
60 a 64	7250		
65 a 69	8858		
70 a 74	11214		
75 a 79	12842		
80 a 84	14096		
85 a 89	15456		
90 a 94	9874		
95 a 99	3970		
100 o más años	972		
<b>TOTAL</b>	<b>106 344</b>	<b>1</b>	<b>100</b>

b. Utilizando la planilla de cálculo, construye el histograma del número de fallecimientos por tramo etario, según las frecuencias relativas porcentuales.

2. Interpreta la información y, en cada caso, argumenta tu respuesta.

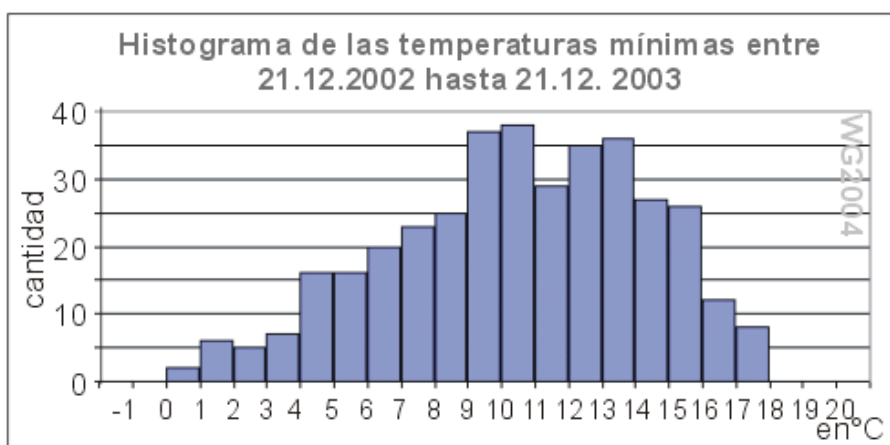
- ¿Es la forma del gráfico concordante con la noción común que se tiene acerca de los fallecimientos de la población chilena según tramo etario?
- ¿En cuáles tramos etarios se acumulan la mayor y la menor cantidad de fallecidos? ¿Cómo puedes explicarlo?
- ¿Cuál es el tramo con mayor porcentaje de fallecimientos? ¿Cuál es el que tiene menor porcentaje? ¿Cómo puedes explicarlo?
- ¿Por qué tiende a disminuir la cantidad de fallecidos a partir de los 90 años? Aplica el concepto de “esperanza de vida” para argumentar.
- ¿Por qué el tramo “menores de 1 año” tiene un porcentaje mayor de fallecidos que los tramos de “1 a 4” o “5 a 9”? Intenta explicarlo desde la realidad de muchos bebés, incluso antes de salir del vientre materno.



3. Otras interpretaciones. En cada caso, argumenta tu respuesta.
  - a. Si la densidad se entiende como la razón entre la cantidad de fallecimientos del tramo y su longitud en años, ¿en qué tramo etario hay mayor “densidad” de fallecimientos?
  - b. ¿Corresponde la densidad al porcentaje de cada tramo?
  - c. ¿Tiene que ver lo anterior con el hecho de que los tramos tengan la misma longitud o ancho en años? ¿Qué pasaría si tuvieran diferente longitud o ancho?
  - d. ¿Cuál es la tendencia de fallecimientos, según la condición?
  - e. ¿Cuál es el porcentaje de fallecidos a partir de la edad en que se jubilan los hombres y las mujeres?
  - f. Si juntas tramos etarios consecutivos, ¿en qué rango de edad se podría acumular el 50% de los fallecimientos? ¿Existe una única forma de responder esta pregunta?

### ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DESDE HISTOGRAMAS

El siguiente histograma presenta las temperaturas mínimas en una localidad de la Región de Atacama<sup>8</sup>, cerca de Copiapó, considerando una muestra de 365 días.

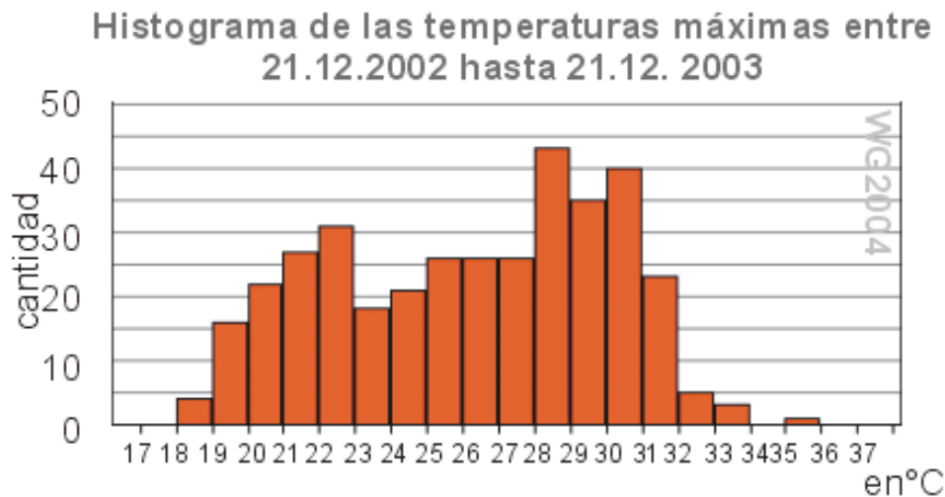


Conexión interdisciplinaria:  
**Ciencias para la Ciudadanía**  
OA d, e, 3° y 4° medio.

1. Interpreta la información y argumenta tu respuesta en cada caso.
  - a. ¿En qué intervalos se acumula la mayor cantidad de observaciones y en cuáles se concentra la menor cantidad? ¿Cómo podrías describir las temperaturas mínimas en la región?
  - b. ¿Cuál es el rango de temperaturas mínimas según el histograma?
  - c. ¿Qué porcentaje de días registraron una temperatura mínima de entre 9° C y 12° C?
2. Información que entrega un histograma. En cada caso, argumenta tu respuesta.
  - a. A partir del gráfico, ¿es posible determinar en qué meses ocurren las diferentes temperaturas mínimas? ¿Por qué?
  - b. ¿Podrías obtener una “temperatura mínima promedio”? ¿Cómo lo harías?
  - c. ¿Qué información se puede obtener desde el gráfico y cuál no? ¿Por qué?

<sup>8</sup> <https://curriculumnacional.cl/link/https://www.geovirtual2.cl/Clima/2003-clima-01esp.htm>

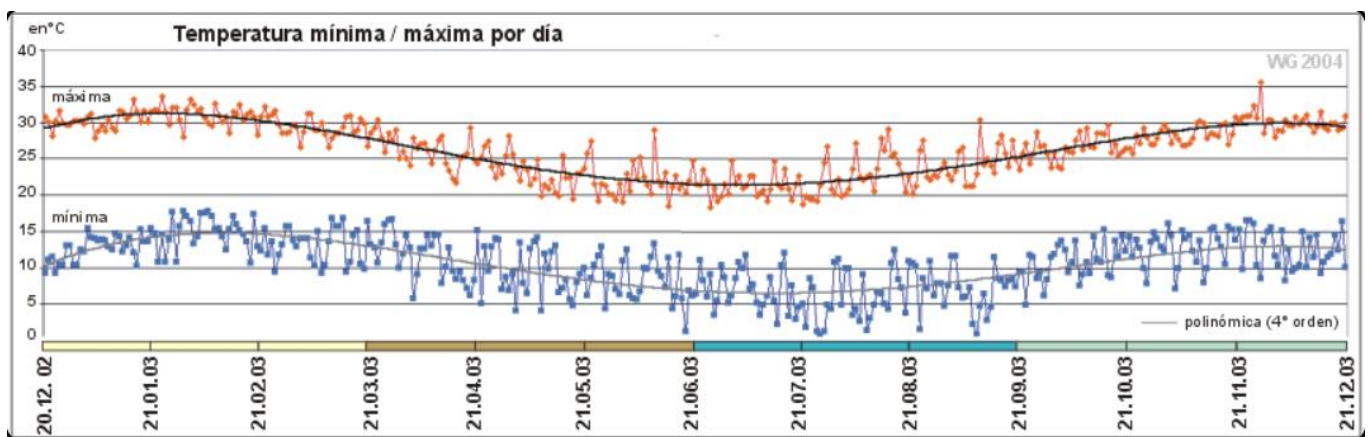
Observa ahora el siguiente histograma con las temperaturas máximas en la misma localidad.



3. A partir del histograma anterior, construye un segundo histograma con la planilla de cálculo, pero esta vez según la frecuencia relativa porcentual. Utiliza la siguiente tabla como referencia:

Temperaturas máximas	Frecuencia	Frecuencia relativa	Frecuencia relativa porcentual
[17 - 18[	0		
[18 - 19[	4		
[19 - 20[	16		
[20 - 21[	22		
[21 - 22[	27		
[22 - 23[	31		
[23 - 24[	17		
[24 - 25[	21		
[25 - 26[	26		
[26 - 27[	26		
[27 - 28[	26		
[28 - 29[	42		
[29 - 30[	35		
[30 - 31[	40		
[31 - 32[	23		
[32 - 33[	5		
[33 - 34[	3		
[34 - 35[	0		
[35 - 36[	1		
[36 - 37[	0		
<b>TOTAL</b>	<b>365</b>		

4. Considerando ambos gráficos, responde las siguientes preguntas y argumenta en cada caso.
  - a. ¿Entre qué temperaturas se encuentra el máximo registro de observaciones?
  - b. ¿Entre qué temperaturas se encuentran el 25% y el 75% de los datos, respectivamente?
  - c. Aproximadamente, ¿cuál sería la mediana y la media aritmética de las temperaturas máximas o en qué intervalo se encontrarían?
  - d. ¿Son valores similares la mediana y la media? ¿Qué significa cada medida respecto de la información del histograma?
  - e. Analiza para qué preguntas te sirvió más un gráfico que otro. ¿Qué puedes concluir de esto?
  
5. Finalmente, observa el siguiente gráfico acerca de las temperaturas registradas en la localidad cercana a Copiapó.



- a. ¿Qué nueva información aporta este gráfico?
- b. ¿Corresponde al histograma anterior la información acerca de las temperaturas mínimas y máximas registradas? ¿Cómo lo explicarías?
- c. ¿Qué preguntas se podría responder a partir de esta información? Elabora, al menos, tres que se pueda responder con esta representación gráfica.
- d. Investiga y comparte las fuentes de información. Considerando la fecha en que se hicieron estos registros, ¿es la información entregada por los gráficos de temperatura semejante a lo que ocurre actualmente en Copiapó respecto de temperaturas mínimas y máximas dentro de un año? Considera el fenómeno de “cambio climático”.

## COMPARACIÓN ENTRE PRUEBAS PAA Y PSU

1. La siguiente tabla muestra el puntaje de las pruebas obligatorias correspondiente al percentil 50 o mediana, tanto de la Prueba de Selección Universitaria (PSU) hasta 2019, como de la Prueba de Aptitud Académica desde el Proceso de Admisión 1988.

PRUEBA	AÑO	PERCENTIL 50
PAA	1988	569,5
PAA	1989	484,5
PAA	1990	493
PAA	1991	490,5
PAA	1992	510
PAA	1993	497
PAA	1994	495,5
PAA	1995	488
PAA	1996	488
PAA	1997	485
PAA	1998	485
PAA	1999	487
PAA	2000	487
PAA	2001	483,5
PAA	2002	484
PAA	2003	485
PSU	2004	494
PSU	2005	497
PSU	2006	496
PSU	2007	495
PSU	2008	496,5
PSU	2009	496
PSU	2010	495,5
PSU	2011	494,5
PSU	2012	495,5
PSU	2013	495,5
PSU	2014	495,5
PSU	2015	495,5
PSU	2016	493,5
PSU	2017	494
PSU	2018	498
PSU	2019	492

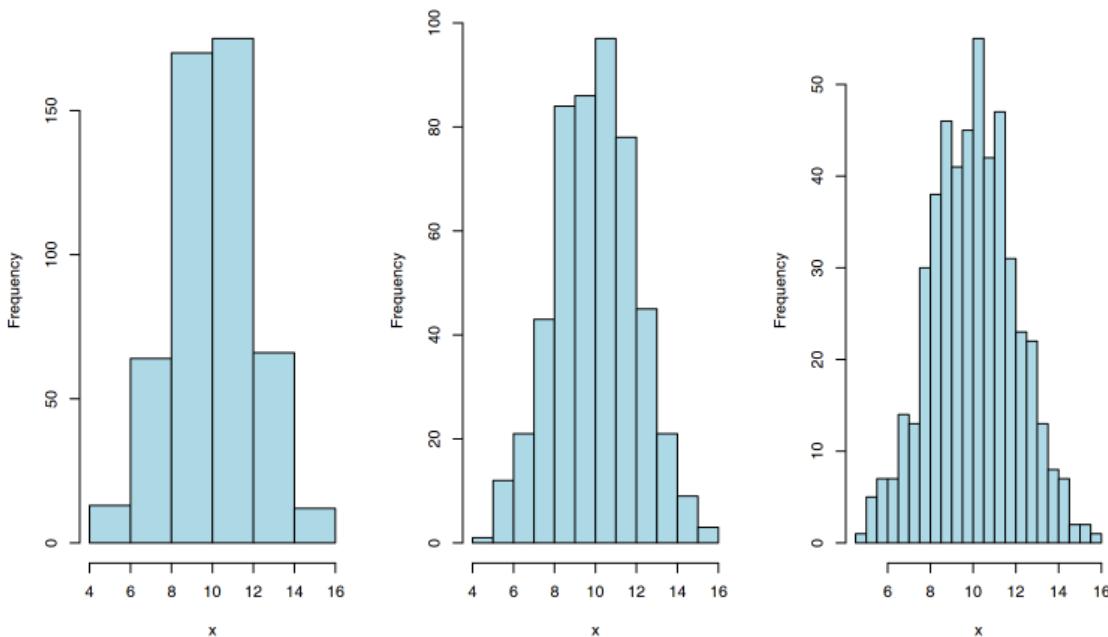
- Haz un gráfico de polígono de frecuencia de los años y los puntajes obtenidos.
- ¿Cómo podrías caracterizar la variación del percentil 50 o mediana de los puntajes obtenidos en la PAA y PSU a través de los años?

- c. ¿Cuál de las dos pruebas presenta una mayor variabilidad en sus puntajes? ¿Cómo se observa eso en el gráfico?
- d. ¿Cuál es el significado de comparar ambas pruebas a partir de la mediana o percentil 50? ¿Por qué la mediana y no la media aritmética? Argumenta y ejemplifica según lo que sucede con los valores extremos.

## NÚMERO DE INTERVALOS EN UN HISTOGRAMAS

Se encuestó a una muestra de 2 154 camioneros del puerto de San Antonio, de la V Región de Chile, acerca de cuántas horas trabajó el día anterior a la encuesta. Los siguientes gráficos representan los datos obtenidos.

1. Para agrupar la variable estadística “horas de trabajo” o cualquier muestra, se puede usar el modelo que descubrió Herbert Sturges en 1926: si  $k$  es el número de intervalos y  $N$  el total de observaciones, entonces un adecuado número de intervalos es:  $k = 1 + 3,3 \cdot \log N$ .
2. En los gráficos, de izquierda a derecha, la cantidad de intervalos corresponde a 6, 12 y 23.

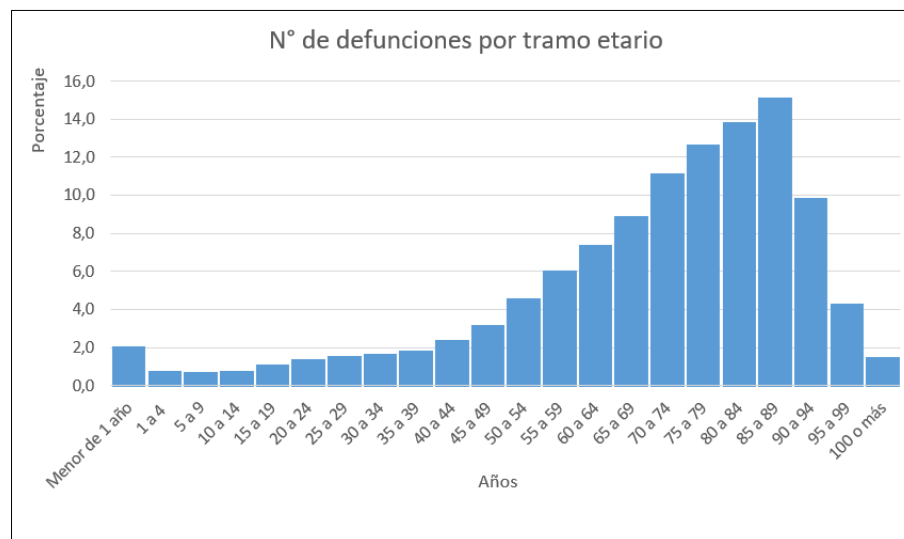


3. A partir de los gráficos, responde lo siguiente:
  - a. ¿Cuál de los gráficos aplica la regla de Sturges para generar los intervalos?
  - b. De las siguientes preguntas, ¿cuáles se pueden responder en uno o más gráficos? ¿Por qué?
    - i. ¿Cuántos trabajadores hicieron entre 11 y 12 horas de jornada?
    - ii. ¿Cuántos trabajadores hicieron entre 10 y 11,5 horas de jornada?
    - iii. ¿Cómo permite una mayor o menor cantidad de intervalos obtener más o menos información? Imagina, por ejemplo, que solo tuvieras 3 intervalos.
    - iv. ¿Cuántas horas trabaja la mayoría de los camioneros? ¿Cómo se responde esto desde los 3 gráficos?

4. Según el Código del Trabajo, se debe trabajar hasta 45 horas semanales, considerando jornada de lunes a viernes.
  - a. De la muestra obtenida, ¿qué sucede con aquellos trabajadores que el día anterior a la encuesta trabajaron entre 10 y 12 horas? ¿Cómo podrían organizar esa semana para cumplir con la ley?
  - b. Realiza el mismo análisis para aquellos trabajadores que laboraron entre 4 y 6 horas el día previo a la encuesta.
  - c. A partir de los gráficos, estima la media aritmética, mediana y moda. ¿Se parecen o son diferentes? Explica tu procedimiento y argumenta sobre qué significan estas medidas en el contexto de las horas de trabajo de los camioneros.

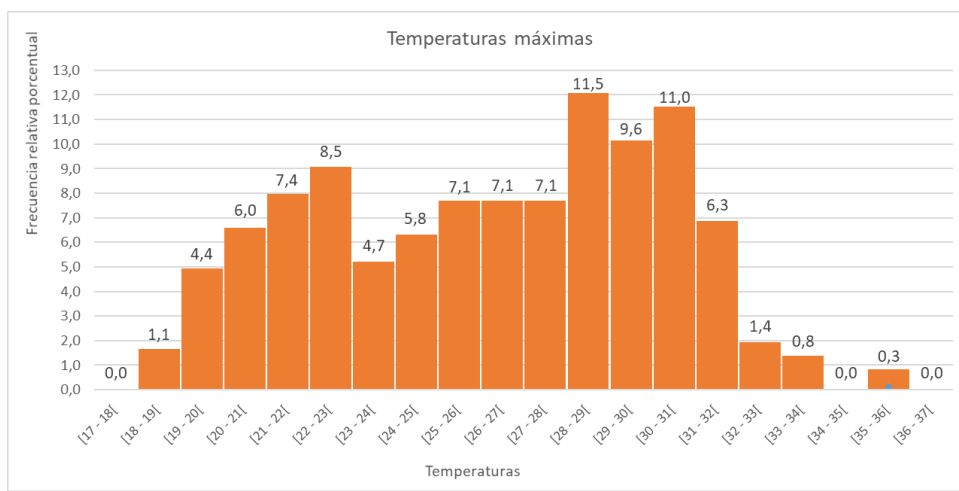
### ORIENTACIONES PARA EL DOCENTE

1. Se sugiere que los estudiantes elaboren los gráficos con la planilla de cálculo para facilitar la construcción y, además, para que comprendan el potencial de esta herramienta digital en el análisis estadístico. Por ejemplo, en la actividad de las defunciones por tramo etario, el gráfico en la planilla de cálculo debería ser similar al siguiente:

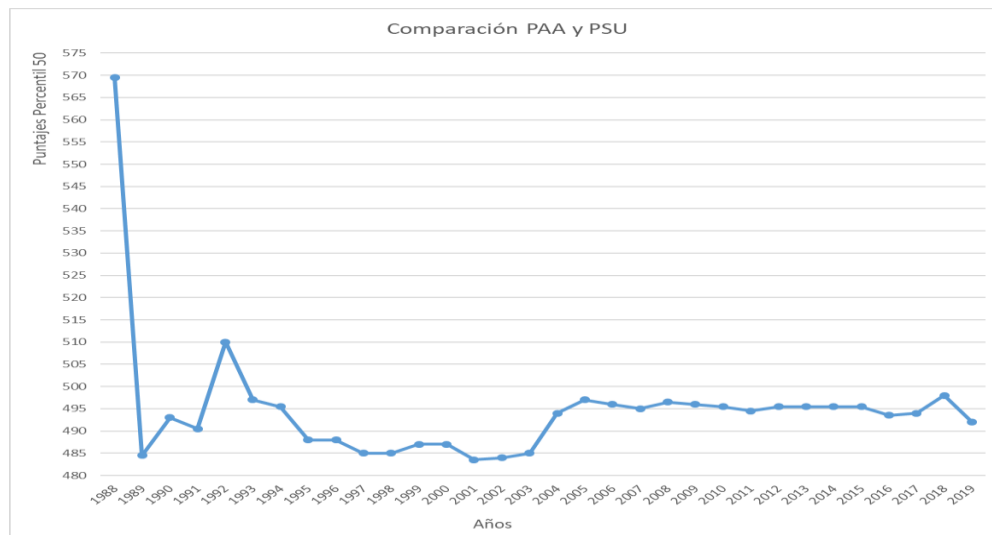


2. En los histogramas, se recomienda que identifiquen elementos básicos –como el valor máximo y mínimo– para determinar el rango o la amplitud de los intervalos utilizados.
3. En cuanto a la frecuencia relativa porcentual, conviene que construyan la tabla a partir de la frecuencia absoluta, luego obtengan la frecuencia relativa y finalmente el porcentaje. Estas operaciones se hacen rápido con la planilla de cálculo, pero deben estar conscientes de lo que entienden al hacerlo.

4. En cada situación, se sugiere que comiencen respondiendo preguntas sencillas y directas desde el gráfico, que después lo analicen más y finalmente amplíen las preguntas a otros contextos. Por ejemplo, en la primera actividad del “N° de fallecidos por tramo etario”, se parte por preguntas directas relacionadas con las mayores y menores frecuencias, luego con la percepción y expectativas para los diferentes tramos etarios y finalmente, conexiones con la “esperanza de vida”. Lo importante en cada caso es su respectiva argumentación.
5. Asimismo, los jóvenes podrían plantear preguntas que puedan responderse a partir de los gráficos representados, y discutir qué preguntas son pertinentes y cuáles no.
6. En la actividad de “temperaturas mínimas y máximas”, se recomienda que evalúen el significado y potencial de un histograma según las preguntas que se puede o no responder a partir de dicha representación gráfica. En la misma línea, se propone establecer diferencias entre usar un histograma con frecuencias absolutas o con frecuencias relativas porcentuales, acorde al tipo de preguntas que se quiere responder; por ejemplo, cuando se involucra a los cuartiles. El gráfico de frecuencias relativas porcentuales que se pide en la planilla de cálculo debería ser similar al siguiente:



7. También se recomienda que hagan comparaciones entre diferentes tipos de gráfico, según la información que entrega cada uno, pero también la manera en que se complementan; por ejemplo: entre histogramas y polígonos de frecuencia o gráficos de línea. Vale aquí discutir cuándo las representaciones permiten observar una “tendencia” de los datos. Por ejemplo, en la actividad de los puntajes de la PAA y PSU, la tendencia se muestra en el siguiente gráfico:



8. Conviene que comparen la información que entregan medidas como la media aritmética, la mediana y la moda y, sobre esa base, descubran, por ejemplo: por qué usar la mediana en lugar de la media aritmética, considerando la sensibilidad de esta última a los valores extremos; o cuándo se parecen entre sí las medidas de tendencia central en cuanto a su valor y qué significa eso.
9. Finalmente, puedan dialogar sobre qué implica usar más o menos intervalos en un histograma respecto del tipo de preguntas que se quiere responder, y cuándo se pierde o gana información en la representación. Aunque la regla y el modelo de Sturges permiten una “adecuada” cantidad de intervalos, el histograma finalmente debe construirse a partir de la información que se quiere entregar.
10. Se sugiere los siguientes indicadores para evaluar formativamente los aprendizajes:
- Representan información en histogramas, nube de puntos, diagrama de cajón, polígonos de frecuencia y de frecuencia acumulada, para interpretar información.
  - Elaboran histogramas, nube de puntos, polígonos de frecuencia, frecuencia acumulada y diagramas de cajón, en forma manual y con herramientas digitales.



## RECURSOS Y SITIOS WEB

### *Sitios web sugeridos para estudiantes y profesores*

- Detalla la regla de Sturges  
<https://curriculumnacional.cl/link/https://www.lifeder.com/regla-sturges/>
- Datos médicos en Chile en diferentes gráficos  
<https://curriculumnacional.cl/link/https://www.medwave.cl/link.cgi/Medwave/Series/MBEyEpi/5826>
- Gráficos para análisis de la Región de Atacama  
<https://curriculumnacional.cl/link/https://www.geovirtual2.cl/Clima/2003-clima-01esp.htm>
- Estadísticas de la PSU y la PAA  
<https://curriculumnacional.cl/link/https://psu.demre.cl/proceso-admision/factores-seleccion/percentil-50-procesos-admision-historicos>
- Estadísticas mundiales con histogramas y polígonos de frecuencia  
<https://curriculumnacional.cl/link/https://www.ck12.org/book/CK-12-Conceptos-de-Matem%C3%A1ticas-de-la-Escuela-Secundaria-Grado-8-en-Espa%C3%B1ol/section/1.3/>

## Actividad 3: Tomar decisiones a partir de diagramas de cajón

### PROPÓSITO

Los estudiantes construyen diagramas de caja, los relacionan con los histogramas e interpretan información a partir de tales representaciones, considerando sus posibilidades y restricciones para tomar decisiones. Además, profundizan sobre los conceptos de medidas de posición de datos para interpretar correctamente la información y tomar decisiones adecuadas. Para esto, deben valorar las posibilidades que ofrece la tecnología para el desarrollo personal y en la búsqueda de soluciones.

### Objetivos de Aprendizaje

**OA 1.** Argumentar y comunicar decisiones a partir del análisis crítico de información presente en histogramas, polígonos de frecuencia, frecuencia acumulada, diagramas de cajón y nube de puntos, incluyendo el uso de herramientas digitales.

**OA c.** Tomar decisiones fundamentadas en evidencia estadística y/o en la evaluación de resultados obtenidos a partir de un modelo probabilístico.

**OA d.** Argumentar, utilizando lenguaje simbólico y diferentes representaciones, para justificar la veracidad o falsedad de una conjetura, y evaluar el alcance y los límites de los argumentos utilizados.

**OA i.** Buscar, seleccionar, manejar y producir información matemática/cuantitativa confiable a través de la web.

### Actitudes

- Interesarse por las posibilidades que ofrece la tecnología para el desarrollo intelectual, personal y social del individuo.

**Duración:** 12 horas pedagógicas

## DESARROLLO

### ELABORACIÓN DE DIAGRAMAS DE CAJA

1. Organícense en grupos y averigüen sobre el mundial femenino de 2019 en Francia. Fue un evento destacado y se desarrolló del 7 de junio al 7 de julio. Participaron 24 equipos, incluida nuestra selección nacional al mando de la capitana y destacada jugadora Christiane Endler. En la página del evento de la FIFA se pueden encontrar algunos datos y características de las jugadoras de todos los equipos, como edad y estatura; este último índice tiene importantes variaciones, dependiendo de la región de origen de las mujeres.

2. Considera los siguientes datos y compáralos con los encontrados por tu grupo.

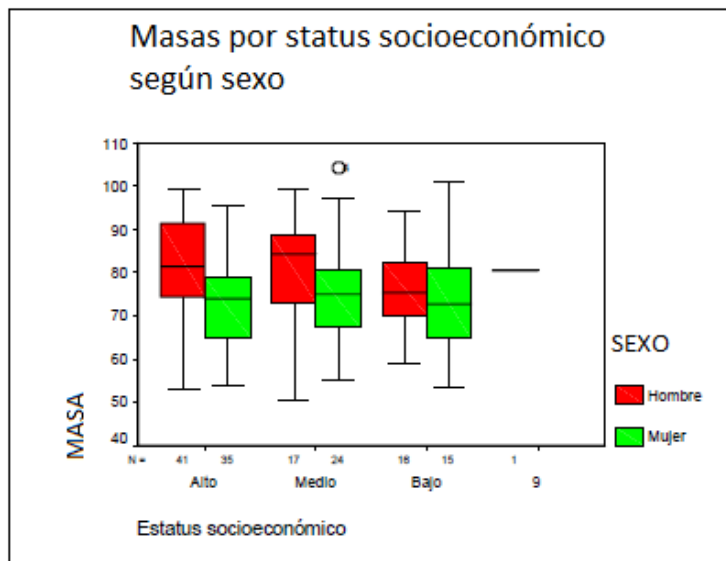
Tabla 1: Estaturas de nuestra selección nacional:		
N°	Nombre jugadora	Estatura (cm)
1	Christiane ENDLER	182
2	Rocío SOTO	161
3	Carla GUERRERO	172
4	Francisca LARA	165
5	Valentina DÍAZ	157
6	Claudia SOTO	165
7	María José ROJAS	153
8	Karen ARAYA	162
9	María José URRUTIA	168
10	Yanara AEDO	154
11	Yessenia LÓPEZ	160
12	Natalia CAMPOS	170
13	Javiera GREZ	148
14	Daniela PARDO	161
15	Sue Helen GALAZ	159
16	Fernanda PINILLA	168
17	Javiera TORO	160
18	Camila SÁEZ	167
19	Yessenia HUENTEO	156
20	Daniela ZAMORA	166
21	Rosario BALMACEDA	163
22	Elisa DURÁN	168
23	Ryann TORRERO	175

3. A partir de la tabla anterior, construyan un diagrama de caja.
- Elaboren una nueva tabla en la que las estaturas aparezcan ordenadas de menor a mayor.
  - Determinen los siguientes valores: mínimo, máximo, primer cuartil ( $Q_1$ ), mediana o segundo cuartil ( $Q_2$ ) y tercer cuartil ( $Q_3$ ). Expliquen su procedimiento para seleccionar cada valor. ¿Existe alguna diferencia en la forma de determinar los cuartiles cuando hay un número par o impar de datos? Dialoguen y obtengan una respuesta.
  - Establezcan un eje horizontal con una escala adecuada. ¿Cómo se dibuja manualmente el diagrama de caja? Discutan en el grupo y elaboren una estrategia.
4. Uso de un recurso digital.
- Construyan el diagrama de caja con alguna aplicación digital, por ejemplo, *Advanced Data Grapher* u otra similar.

- b. Comparen el gráfico que hicieron manualmente con el digital y establezcan diferencias y similitudes. De los 5 valores obtenidos (mínimo, máximo,  $Q_1$ ,  $Q_2$  y  $Q_3$ ), ¿cuáles coinciden en ambos gráficos?, ¿cuáles no? Si hubiese diferencias, expliquen por qué.
5. Escojan a otros dos o tres equipos del mundial según sus preferencias y hagan una tabla similar a la de la selección chilena para cada uno.
- a. En cada caso, determinen los valores mínimo, máximo,  $Q_1$ ,  $Q_2$  y  $Q_3$ .
  - b. Construyan un diagrama de caja para cada equipo con una misma escala, para poder comparar a los equipos extranjeros con la selección nacional.
  - c. Describan las semejanzas y diferencias de los diagramas. Caractericen a cada equipo por sus estaturas.
  - d. Elaboren otras preguntas que se puedan responder a partir de la información gráfica.

### INTERPRETAR INFORMACIÓN MEDIANTE DIAGRAMAS DE CAJA

Imaginen que se hizo un estudio sobre masa corporal<sup>9</sup> por estatus socioeconómico, para implementar un programa de alimentación sana en diferentes comunas de la región. El siguiente cuadro con diagramas de caja contiene los resultados de dicho estudio.

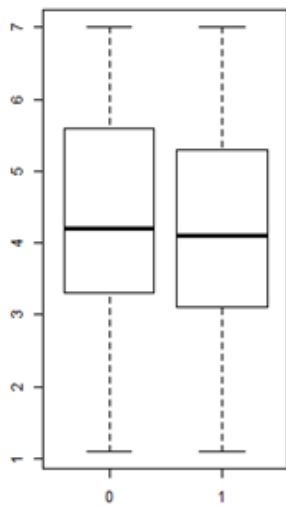


Conexión interdisciplinaria:  
**Ciencias para la Ciudadanía**  
OA d, e, 3° y 4° medio.

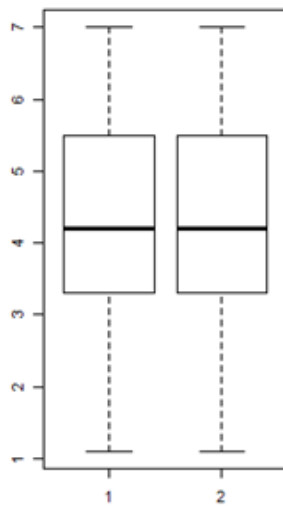
<sup>9</sup> <https://studylib.es/doc/5679007/anexo-5-diagrama-de-cajas---u>

1. Respondan las siguientes preguntas y argumenten en cada caso.
  - a. ¿En cuál o cuáles estatus socioeconómicos se observa una mayor variabilidad de masas? Compartan ideas en el grupo.
  - b. ¿Para qué estatus la tendencia es a tener mayor masa? ¿Hay diferencias por sexo?
  - c. ¿Para qué estatus la tendencia es a tener menor masa? ¿Hay diferencias por sexo?
  - d. Intenten caracterizar o describir la relación masa-estatus.
  - e. Elaboren otras preguntas que puedan responderse a partir de la información gráfica.
  - f. Averigüen si en la región, ciudad o comuna donde residen, hay estudios similares que sirvan como diagnóstico para proponer planes de alimentación saludable. ¿Refleja este estudio la situación de su ciudad o comuna? ¿Por qué?
  
2. Un estadístico desea inferir información desde diagramas de caja donde están representadas las notas (1 a 7) de un examen de Matemática en un Instituto Profesional en 2016, en el cual se estudia diferentes carreras. La información se muestra en los siguientes gráficos, codificados según: jornada (0: diurna; 1: vespertina), periodo (1: primer semestre; 2: segundo semestre) y género (0: masculino; 1: femenino).

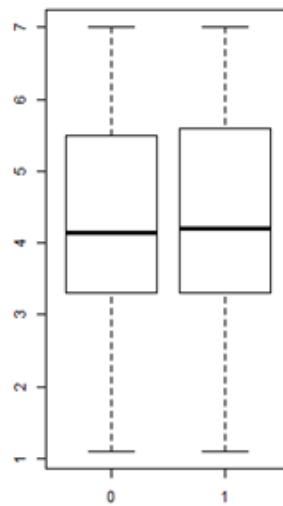
Examen según jornada - 2016



Examen según periodo - 2016



Examen según género - 2016

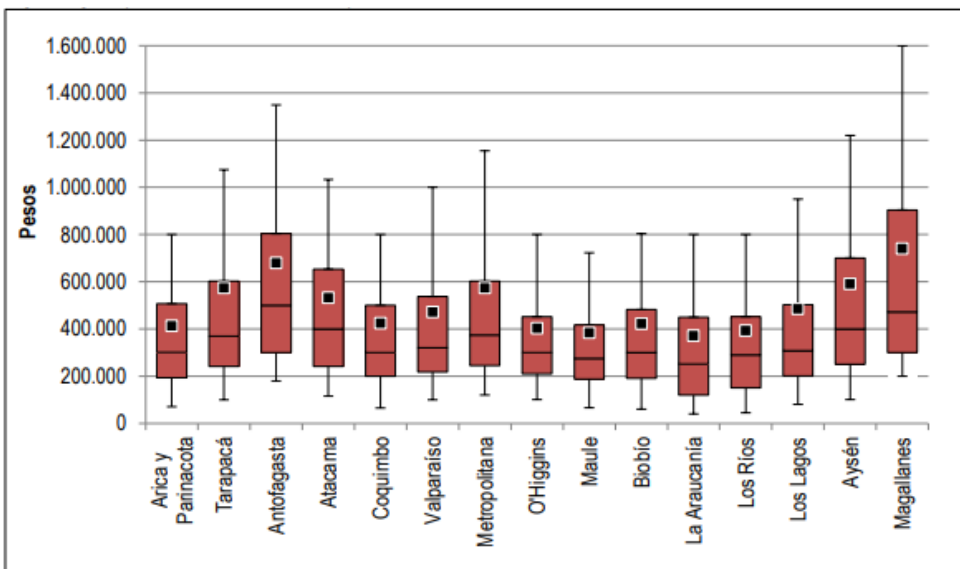


- a. ¿En qué jornada se registra mayor cantidad de exámenes aprobados? ¿Cómo se observa este hecho? Discutan en el grupo.
- b. ¿Hay diferencias según el semestre en que se rinde el examen? ¿Cómo se observa este hecho? Discutan en el grupo.
- c. ¿Existen diferencias según el género? ¿Cómo se observa este hecho? Compartan ideas en el grupo.
- d. Según los resultados del examen, intenten dar una caracterización o descripción, considerando la jornada, el periodo y el género. ¿Qué variable o variables tienen mayor incidencia? Dialoguen en el grupo y elaboren una respuesta.
- e. Planteen otras preguntas que puedan responderse a partir de la información gráfica.

## INTERPRETAR INFORMACIÓN MEDIANTE DIAGRAMAS DE CAJA EN DIFERENTES CONTEXTOS

- El siguiente gráfico con diagramas de caja representa los ingresos mensuales de personas en Chile en 2015, por regiones, datos extraídos del Instituto Nacional de Estadísticas de Chile, entre los años 2018 y 2019.

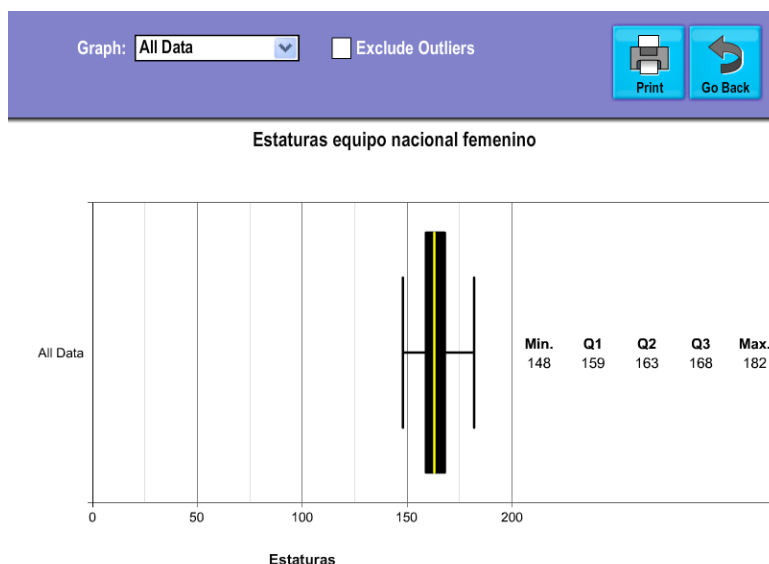
Conexión disciplinar:  
H, G y CS FD  
OA g, 3° y 4° medio  
Ciencias FD  
OA e, 3° y 4° medio



- En estos diagramas de caja se representa los siguientes valores: media (cuadrado pequeño negro), mediana (trazo negro en el área de la figura) y percentiles 10 (extremo inferior), 25, 75 y 90 (extremo superior) del ingreso mensual en 2015, según región (pesos a octubre de 2015).
- En términos simples, mientras mayor sea la longitud del diagrama, mayor será la dispersión de la variable de análisis y mientras más se concentren los ingresos en uno de los extremos, menos equitativos serán los ingresos de la muestra.
- Analicen en grupos cada diagrama de caja y respondan las siguientes preguntas:
  - ¿En qué regiones se concentran los menores ingresos? Dialoguen y argumenten.
  - ¿En qué regiones se concentran los mayores ingresos? Sugieran ideas y argumenten.
  - Comparen la región de Arica y Parinacota con la región de O'Higgins. ¿Cuáles son las diferencias y las semejanzas? Compartan ideas y argumenten.
  - Seleccionen dos regiones que tengan un comportamiento similar y expliquen detalladamente.
  - Seleccionen la región que, a su juicio, muestra ingresos más equitativos y la región con ingresos menos equitativos. En ambos casos, expliquen detalladamente por qué.
  - Elaboren otras preguntas que puedan responderse a partir de la información gráfica.

## ORIENTACIONES PARA EL DOCENTE

1. Se sugiere que los estudiantes primero construyan de manera manual los gráficos de caja, para que los entiendan mejor. Luego puedan usar herramientas digitales, que ayudan a elaborar esos gráficos y les permiten centrarse más en la interpretación, en particular, cuando se compara diagramas de caja. Por ejemplo, en la actividad del mundial femenino de fútbol 2019, se sugiere usar la aplicación digital *Advanced Data Grapher*. El gráfico de caja solicitado debería ser similar al siguiente:



2. Si usan herramientas digitales, cabe considerar que los valores de los cuartiles podrían variar en comparación con los que determinaron manualmente, dependiendo del método que apliquen.
3. En los diagramas de caja habituales, se sugiere que identifique los elementos básicos: los valores máximos, mínimos, primer cuartil, segundo cuartil, mediana y tercer cuartil.
4. En algunas situaciones, como la actividad de los ingresos por región, se utiliza diagramas de caja modificados que integran otros percentiles; ahí se involucran media, mediana y percentiles 10, 25, 75 y 90, en este caso se sugiere explicar la relación que hay entre ellos, por ejemplo, comparando el ingreso indicado en el cuartil 1, su significado y el promedio.
5. En cada actividad, se sugiere que comiencen respondiendo preguntas sencillas y directas desde el gráfico, luego amplíen el análisis y finalmente extiendan las preguntas a otros contextos. Por ejemplo: en la actividad de “masa corporal según estatus socioeconómico”, comienzan respondiendo preguntas directas relacionadas con la tendencia a mayor y menor masa, luego establecen conexiones con estudios similares en la ciudad o comuna y, finalmente, expresan si la situación presentada ocurre o no en la localidad donde viven. Lo importante en cada caso es su argumentación.
6. Se propone también que ellos mismos elaboren preguntas que puedan responderse a partir de los diagramas representados; así pueden discutir qué preguntas son pertinentes y cuáles no.

7. Se sugiere los siguientes indicadores para evaluar formativamente los aprendizajes:
- Elaboran histogramas, nube de puntos, polígonos de frecuencia, frecuencia acumulada y diagramas de cajón, en forma manual y mediante herramientas digitales.
  - Resuelven problemas que involucran comparar conjuntos de datos a partir de diagramas de cajón, nube de puntos, histogramas, polígonos de frecuencia y frecuencia acumulada.
  - Resuelven problemas que involucran el análisis gráfico de datos estadísticos con medidas de posición.

## RECURSOS Y SITIOS WEB

### *Sitios web sugeridos para estudiantes y profesores*

- Artículo sobre la construcción e interpretación del diagrama de caja  
<https://curriculumnacional.cl/link/https://digital.cic.gba.gob.ar/handle/11746/4907>
- Representaciones estadísticas con herramientas tecnológicas  
<https://curriculumnacional.cl/link/http://www.estadisticaparatodos.es/taller/graficas/cajas.html>



## Actividad 4: ¿Datos dispersos o relacionados?

### PROPÓSITO

Los estudiantes comprenden los gráficos de dispersión o nubes de puntos y su relación con otras representaciones gráficas estudiadas, y también entienden qué tipo de preguntas puede responderse a partir de ellas, valorando sus posibilidades y restricciones. Asimismo, se espera profundizar en los conceptos de tendencia, correlación y dependencia entre variables.

### Objetivos de Aprendizaje

**OA 1.** Argumentar y comunicar decisiones a partir del análisis crítico de información presente en histogramas, polígonos de frecuencia, frecuencia acumulada, diagramas de cajón y nube de puntos, incluyendo el uso de herramientas digitales.

**OA c.** Tomar decisiones fundamentadas en evidencia estadística y/o en la evaluación de resultados obtenidos a partir de un modelo probabilístico.

**OA d.** Argumentar, utilizando lenguaje simbólico y diferentes representaciones, para justificar la veracidad o falsedad de una conjetura, y evaluar el alcance y los límites de los argumentos utilizados.

**OA i.** Buscar, seleccionar, manejar y producir información matemática/cuantitativa confiable a través de la web.

### Actitudes

- Interesarse por las posibilidades que ofrece la tecnología para el desarrollo intelectual, personal y social del individuo.
- Pensar con perseverancia y proactividad para encontrar soluciones innovadoras a los problemas.

**Duración:** 12 horas pedagógicas

## DESARROLLO

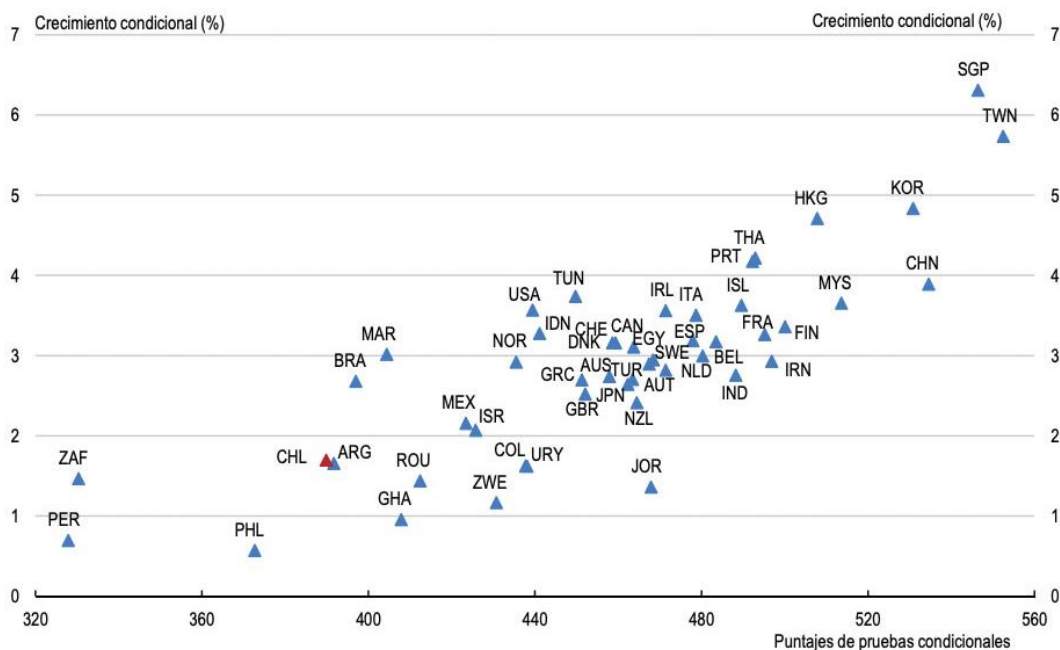
### RELACIONANDO DATOS DESDE GRÁFICO DE NUBE DE PUNTOS

1. Lee junto con tu grupo la siguiente información sobre PISA: “PISA es un estudio realizado por la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE), que busca evaluar cómo los sistemas educativos preparan a sus estudiantes para que apliquen su conocimiento y habilidades en tareas que son relevantes para su vida actual y futura.

“Este estudio se aplica cada tres años a alumnos de 15 años, que asisten desde 7° básico hasta cursos superiores. La evaluación se desarrolla mediante pruebas en computador que evalúan tres áreas principales, Lectura, Ciencias Naturales y Matemática; en cada ciclo se enfatiza la medición de una de ellas.

“Al igual que otros estudios internacionales, PISA recoge información sobre el contexto en que los alumnos aprenden y adquieren las competencias evaluadas en cada ciclo de aplicación.

“En general, las investigaciones internacionales no proveen resultados en el ámbito individual ni de establecimientos, pues las características estadísticas de las muestras y los resultados obtenidos se focalizan en evaluar al sistema educativo nacional en conjunto; por ende, no permiten tal nivel de desagregación. El siguiente gráfico describe la asociación fundamental que hay entre el crecimiento anual en PIB per cápita real entre 1960 y 2000 de varios países, y los puntajes promedio que obtienen en las pruebas PISA”.



Estudios Económicos de la OCDE Chile. (2015). Recuperado de <https://www.oecd.org/eco/surveys/Chile-2015-vision-general.pdf>

Tabla de código por país

<i>País</i>	<i>Código</i>	Ghana	GHA	Noruega	NOR
Argentina	ARG	Grecia	GRC	Nueva Zelanda	NZL
Australia	AUS	Hong Kong	HKG	Perú	PER
Austria	AUT	Indonesia	IDN	Filipinas	PHL
Bélgica	BEL	India	IND	Portugal	PRT
Brasil	BRA	Irlanda	IRL	Rumania	ROU
Canadá	CAN	Irán	IRN	Singapur	SGP
Suiza	CHE	Islandia	ISL	Suecia	SWE
Chile	CHL	Israel	ISR	Tailandia	THA
China	CHN	Italia	ITA	Túnez	TUN
Colombia	COL	Jordania	JOR	Turquía	TUR
Dinamarca	DNK	Japón	JPN	Taiwán	TWN
Egipto	EGY	Corea	KOR	Uruguay	URY
España	ESP	Marruecos	MAR	Estados Unidos	USA
Finlandia	FIN	México	MEX	Sudáfrica	ZAF
Francia	FRA	Malasia	MYS	Zimbabue	ZWE
Reino Unido	GBR	Holanda	NLD		

2. ¿Qué es el PIB? Usando apoyo tecnológico, investiguen en grupos y expliquen su significado, indicando las fuentes de la información.
- a. ¿Existe alguna relación entre el puntaje promedio PISA y el porcentaje de crecimiento del PIB de los países? ¿Cómo describirían dicha relación?
- b. ¿Cuáles son los países que más se alejan de la relación descrita? Nombren al menos dos de ellos y argumenten su respuesta.
- c. Comparando Chile, Marruecos y Uruguay con la información del gráfico, ¿cómo describirían los resultados PISA promedio versus el crecimiento porcentual del PIB per cápita?
3. ¿Qué otras comparaciones se pueden hacer?
- a. ¿Cuál es el país con mejores resultados promedio en la prueba PISA y cuál sería aquel con mayor crecimiento porcentual del PIB?
- b. ¿Cuál sería el país con mejor resultado promedio en la prueba PISA, teniendo en cuenta el crecimiento porcentual del PIB per cápita más bajo?
4. Nombren dos países que tengan, respectivamente:
- a. Similar puntaje promedio PISA y distinto crecimiento porcentual del PIB per cápita.
- b. Similar crecimiento porcentual del PIB per cápita y distinto puntaje promedio PISA.
- c. El mismo crecimiento porcentual del PIB per cápita y el mismo puntaje promedio PISA.
- d. ¿Cómo justificarían las diferencias de los dos primeros casos?
5. Considerando el gráfico, comparen los resultados de Chile:
- a. Con los países que tienen el mejor y el peor resultado promedio PISA, respectivamente.
- b. Argumenta con tus palabras cuál sería la causa de esos resultados, sólo teniendo en cuenta la información entregada en el gráfico.

Conexión interdisciplinaria:  
**Educación Ciudadana**  
OA a, b 3° y 4° medio

## RECONSTRUYENDO Y REAGRUPANDO DATOS

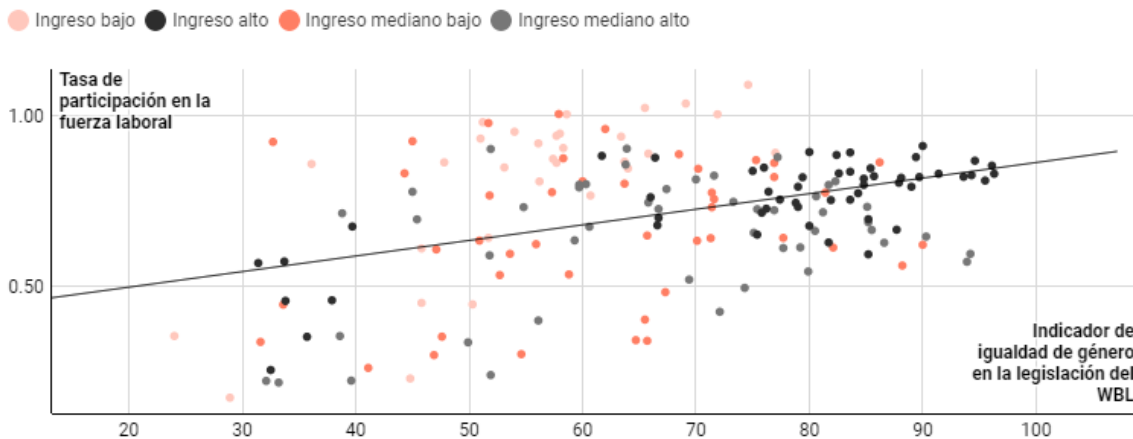
1. Con base en el contexto y el gráfico inicial, construyan la tabla y reconstruyan el gráfico de nube de puntos en la planilla de cálculo (con valores aproximados cercanos a los originales), y luego respondan las siguientes preguntas:
- a. Si consideran solo los países de América, ¿se mantiene la relación de la actividad anterior?
- b. Si consideran solo los países de Europa y África, ¿se mantiene la relación de la actividad anterior?
- c. Si consideran solo los países de Asia y Oceanía, ¿se mantiene la relación de la actividad anterior?
2. Analizando la información.
- a. Considerando la separación geográfica, analicen y argumenten la relación entre el crecimiento porcentual del PIB per cápita y el puntaje promedio PISA.
- b. Según la información del gráfico, ¿es correcto decir que a mayor puntaje promedio PISA es mayor el ingreso per cápita de los países? Argumenten su respuesta.

- c. ¿Cuál es la diferencia entre PIB y PIB per cápita? ¿Qué diferencia la medición porcentual de la medición monetaria?
3. Investiguen el PIB promedio entre los años 1960 y 2000 y el PIB per cápita promedio entre los mismos años de Chile, Marruecos y Uruguay. Para esos tres países, consideren 1,7; 3 y 1,6 – respectivamente– como valores de porcentaje aproximado de crecimiento del PIB, y puntajes promedio PISA de 390, 405 y 439, respectivamente.
- Analicen y grafiquen en una nube de puntos, los resultados en torno al puntaje promedio PISA obtenido por los países con las nuevas variables encontradas.
  - Indiquen la fuente de información: ¿cómo los ayuda para su investigación?
  - Discutan, concluyan y escriban cuáles son la variable independiente y la variable dependiente del gráfico, y cuál sería el título más adecuado para el gráfico.

### INTERPRETACIÓN DE INFORMACIÓN DESDE UN GRÁFICO DE NUBE PUNTOS

1. Observa los puntos de la variable igualdad de género de la legislación del WBL (*Women Business and the Law*; en español, Mujer, empresa y el derecho) y la variable proporción mujeres/hombres que participan la fuerza laboral en 2016. Responde las preguntas y argumenta en cada caso.

#### En las economías con menos igualdad legal de género, menos mujeres trabajan



Nota: La tasa de participación en la fuerza laboral se mide como la proporción entre mujeres y hombres.

Fuente: Bases de datos del informe Mujer, Empresa y el Derecho, de las encuestas de empresas y de los Indicadores del desarrollo mundial.

- a. Si tomas el punto (90; 0,8) en el gráfico, ¿cómo se interpreta la participación en la fuerza laboral e igualdad de género en esa zona del gráfico con respecto al tipo de ingreso? Explica tu interpretación.
- b. Si el indicador inicial señala 0,45 de tasa de participación de la fuerza laboral, que se mide como la proporción entre mujeres y hombres, se observa en el eje Y del gráfico y se sabe que en este país, China, trabajan 101,835 millones de personas, que es el grupo de trabajo más grande del mundo, ¿cuántas mujeres en China se adhieren a esta proporción de trabajo?

Conexión interdisciplinaria  
Educación Ciudadana  
OA a, c, 3° y 4° medio

- c. El modelo que mejor relaciona la cantidad de puntos de la gráfica es:  $y = 0,0039 \cdot x + 0,45$ , donde  $y$ : tasa de participación en la fuerza laboral y  $x$ : indicador de igualdad de género en la legislación del WBL. Si el indicador es 60, ¿cuál es la tasa?
- d. Respecto de los puntos donde la tasa es mayor que 1, interpreta la información de acuerdo con el grupo de ingresos y de acuerdo con la cantidad de mujeres y hombres.

### ORIENTACIONES PARA EL DOCENTE

1. Se sugiere aclarar a los estudiantes el significado de la variable “porcentaje de crecimiento del PIB” en relación con los gráficos presentados sobre la PIB y la proporción de trabajo entre mujeres y hombres. Esta variable compara el crecimiento de un mismo país de un año a otro y en ningún caso representa que un país sea más rico que otro.
2. También cabe recordar que la variable “crecimiento porcentual del PIB per cápita” es sólo una comparación de crecimiento de cada país consigo mismo y no da información referente al PIB de cada país ni el PIB per cápita en unidad monetaria.
3. Respecto de las preguntas “relación entre variables”, se recomienda indicarles a los alumnos que puedan diseñar una recta lo más representativa posible sobre el comportamiento de la nube de puntos, para visualizar la tendencia de crecimiento lineal de las variables.
4. Es posible que confundan los ejes coordenados definidos y contesten que, por ejemplo, Singapur tiene mejor puntaje promedio PISA y que Taiwán es el que tiene mayor crecimiento porcentual del PIB; por ello, es importante constatar las respuestas y corregir el error.
5. Se recomienda enfatizar que tienen que contestar basados en los datos del gráfico, sin incorporar otro tipo de información anexa.
6. En la actividad “Reconstruyendo y reagrupando”, conviene que trabajen con computadores, *tablets* o celulares, ya que deberán explorar y reconstruir la información para poder confeccionar los gráficos pedidos y analizarlos.
7. Se recomienda buscar en [www.google.cl](http://www.google.cl) los “PIB Chile”, “PIB Marruecos”, “PIB Uruguay”, “PIB Per cápita Chile”, “PIB Per cápita Marruecos” y “PIB Per cápita Uruguay”; ahí, el primer resultado es un gráfico tal que, si se posicionan sobre él, pueden ver año a año cuáles son los valores. Así tendrán que calcular el promedio que se pide.
8. Al final de la actividad, hay que explicarles que –según el contexto del documento– la variable independiente son los resultados promedios de la prueba PISA y la variable dependiente es el porcentaje de crecimiento del PIB.

9. En la actividad sobre la fuerza laboral y el índice de equidad, se sugiere que exploren completamente el gráfico a partir de la relación lineal establecida en la nube de puntos, donde pueden conocer la ecuación del modelo. La idea es que analicen qué significa que los puntos estén bajo la recta o sobre la recta, o bien muy cercanos a ella; y qué significan aquellos puntos más a la derecha (índice de igualdad creciente) o más a la izquierda (índice de igualdad decreciente).
10. Se sugiere los siguientes indicadores para evaluar formativamente los aprendizajes:
  - Elaboran histogramas, nube de puntos, polígonos de frecuencia, frecuencia acumulada y diagramas de cajón, en forma manual y mediante herramientas digitales.
  - Resuelven problemas que involucran comparación de conjuntos de datos, a partir de diagramas de cajón, nube de puntos, histogramas, polígonos de frecuencia y frecuencia acumulada.
  - Argumentan y toman decisiones al interpretar información que involucra dependencia entre dos variables.

## RECURSOS Y SITIOS WEB

*Sitios web sugeridos para estudiantes y profesores*

- Diagrama de dispersión  
<https://curriculumnacional.cl/link/https://www.youtube.com/watch?v=KwtuSe1JAVQ>
- Diagrama de dispersión en Excel (estadística bivariada)  
<https://curriculumnacional.cl/link/https://www.youtube.com/watch?v=BAXU5yJeSUI>

## Actividad de Evaluación

### Objetivos de Aprendizaje

**OA1.** Argumentar y comunicar decisiones a partir del análisis crítico de información presente en histogramas, polígonos de frecuencia, frecuencia acumulada, diagramas de cajón y nube de puntos, incluyendo el uso de herramientas digitales.

**OAc.** Tomar decisiones fundamentadas en evidencia estadística y/o en la evaluación de resultados obtenidos a partir de un modelo probabilístico.

**OAd.** Argumentar, utilizando lenguaje simbólico y diferentes representaciones para justificar la veracidad o falsedad de una conjetura, y evaluar el alcance y los límites de los argumentos utilizados.

**OAI.** Buscar, seleccionar, manejar y producir información matemática / cuantitativa confiable a través de la web.

### Indicadores de evaluación

- Elaboran histogramas, nube de puntos, polígonos de frecuencia, frecuencia acumulada y diagramas de cajón, en forma manual y mediante herramientas digitales.
- Representan información en histogramas, nube de puntos, diagrama de cajón, polígonos de frecuencia y de frecuencia acumulada, para interpretar información.
- Resuelven problemas que involucran comparar conjuntos de datos, a partir de diagramas de cajón, nube de puntos, histogramas, polígonos de frecuencia y frecuencia acumulada.
- Resuelven problemas que involucran el análisis gráfico de datos estadísticos con medidas de posición.
- Argumentan y toman decisiones al interpretar información que involucra dependencia entre dos variables.

**Duración:** 6 horas pedagógicas

Se puede usar las siguientes actividades como ejemplos de evaluaciones para la unidad 1, cada una por sí misma o en conjunto. Algunas pueden desarrollarse como trabajo colaborativo para discutir y proponer estrategias que permitan llegar a la o las soluciones posibles.

1. Elaborar histogramas, polígonos de frecuencia y diagramas de caja

La siguiente tabla muestra la cantidad de matrimonios<sup>10</sup> en 2017 según las edades del contrayente y la contrayente.

GRUPO DE EDAD DEL CONTRAYENTE	Total	Grupo de edad de la contrayente													
		Menores de 15 años	15 a 19 años	20 a 24 años	25 a 29 años	30 a 34 años	35 a 39 años	40 a 44 años	45 a 49 años	50 a 54 años	55 a 59 años	60 a 64 años	65 a 69 años	70 a 74 años	75 años y más
Total	61.320	0	1.121	8.189	16.368	12.664	7.296	4.767	3.619	2.910	1.952	1.247	644	318	225
Menores de 15 años	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
15 a 19 años	344	0	167	140	28	5	2	2	0	0	0	0	0	0	0
20 a 24 años	5.209	0	589	3.050	1.202	242	85	28	11	1	1	0	0	0	0
25 a 29 años	14.123	0	254	3.523	7.818	1.961	417	110	34	5	1	0	0	0	0
30 a 34 años	13.447	0	79	1.014	5.078	5.467	1.319	352	102	25	10	1	0	0	0
35 a 39 años	8.820	0	21	303	1.554	3.258	2.568	775	246	69	21	5	0	0	0
40 a 44 años	5.506	0	4	100	447	1.076	1.683	1.347	555	211	64	11	6	1	1
45 a 49 años	3.937	0	2	32	152	410	682	1.095	939	446	133	27	10	6	3
50 a 54 años	3.141	0	4	16	62	148	316	589	856	735	271	110	20	8	6
55 a 59 años	2.392	0	0	6	16	60	138	261	448	666	490	195	76	25	11
60 a 64 años	1.802	0	0	3	8	27	50	123	263	389	455	302	135	36	11
65 a 69 años	1.191	0	1	1	2	4	23	51	100	205	273	284	158	55	34
70 a 74 años	701	0	0	1	0	3	9	24	43	97	137	168	117	68	34
75 años y más	707	0	0	0	1	3	4	10	22	61	96	144	122	119	125

Utilizando una planilla de cálculo como apoyo u otro recurso digital, construye:

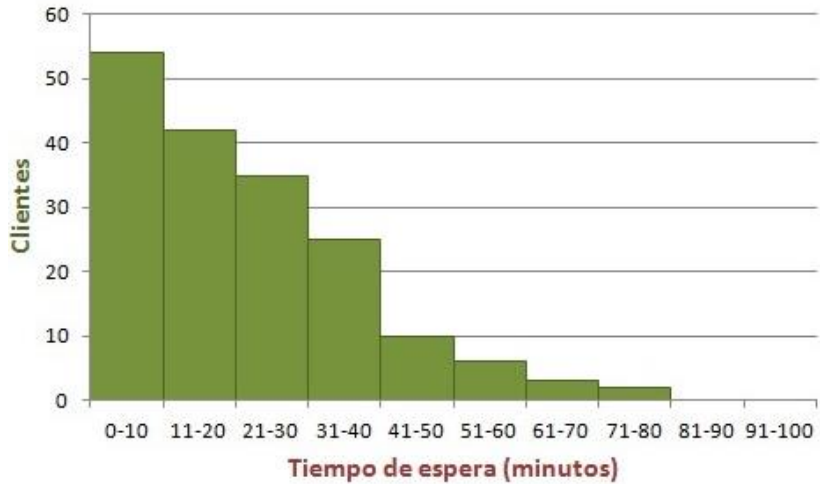
- Un histograma de frecuencias relativas porcentuales, considerando todas las edades del varón, pero que la mujer esté en el intervalo de 30 a 34 años.
- Un polígono de frecuencias relativas porcentuales acorde con el histograma anterior.
- Un diagrama de caja que represente esa misma información.

<sup>10</sup> Instituto Nacional de Estadísticas (INE), Estadísticas Vitales, cifras provisionales 2017.



2. Obtener información desde histogramas

El siguiente histograma representa los tiempos de espera de los clientes de una empresa automotora de vehículos usados. Responde las siguientes preguntas, argumentando tu razonamiento.



- ¿Cómo se interpreta que el histograma muestre una asimetría a la izquierda?
- ¿Cuál sería una buena estimación del tiempo de espera promedio de los clientes?
- ¿Dónde se encuentra la mediana de los tiempos de espera y cuál es su significado?

3. Interpretar la tasa mundial de pobreza

Utiliza la Figura 1 –que refleja la población mundial según las Naciones Unidas– para responder las preguntas.

Conexión interdisciplinaria:  
**Educación Ciudadana**  
OA b, e, 3° y 4° medio

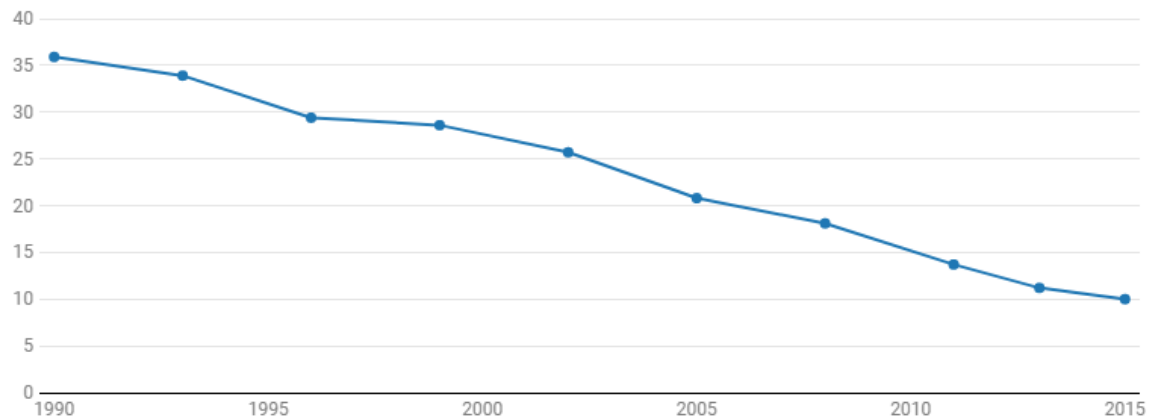


Fig. 1: Población mundial proyectada por Naciones Unidas

Observa el siguiente gráfico, extraído del resumen del Banco Mundial respecto de la proporción de personas que viven en extrema pobreza entre 1990 y 2015.

## Tasa mundial de pobreza, 1990-2015

Proporción de personas que viven con menos de USD 1,90 al día (%), PPA de 2011

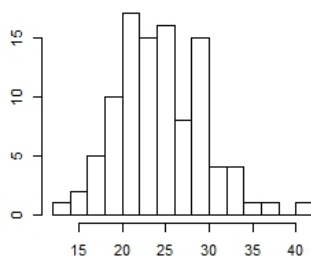
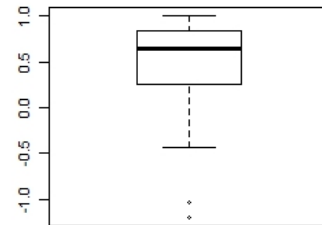
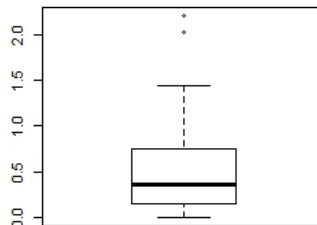
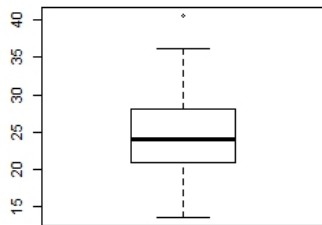


Nota: PPA = paridad del poder adquisitivo

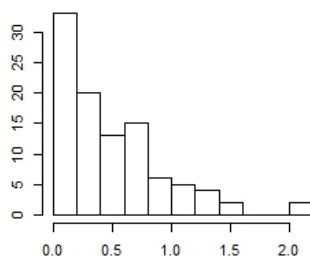
- ¿Qué proporción de personas vivió en extrema pobreza en 1990? ¿Aproximadamente a cuántas personas equivaldría eso, según la Figura 1?
- ¿Qué proporción de personas vivió en extrema pobreza en 2015? ¿Aproximadamente a cuántas personas equivaldría eso, según la Figura 1?
- ¿Cómo evolucionó la proporción de personas en extrema pobreza entre 2005 y 2015? Expresa en términos de porcentaje y numéricos, acorde a la Figura 1.
- ¿Qué ocurrió con la proporción de personas en extrema pobreza en años como 2008 y 2011? ¿Cómo puedes argumentar esto según la información del gráfico?
- Acorde a la tendencia que sigue el gráfico, ¿qué sucedería hacia años como 2025, 2030 o incluso 2100? ¿Cómo puedes argumentar según la información del gráfico?
- Acorde a la tendencia que sigue el gráfico, ¿hacia qué años la extrema pobreza tendría una proporción cercana a cero? ¿Cómo puedes argumentar esto según la información del gráfico?

4. Interpretar información desde diagramas de caja

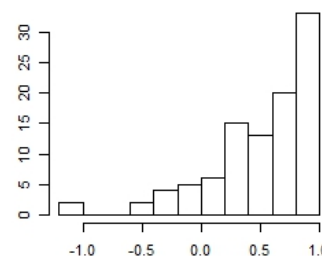
Observa los siguientes gráficos con las temperaturas mínimas en invierno de las ciudades de Copiapó, Puerto Williams y Santiago, responde las preguntas y argumenta en cada caso.



Copiapó



Puerto Williams



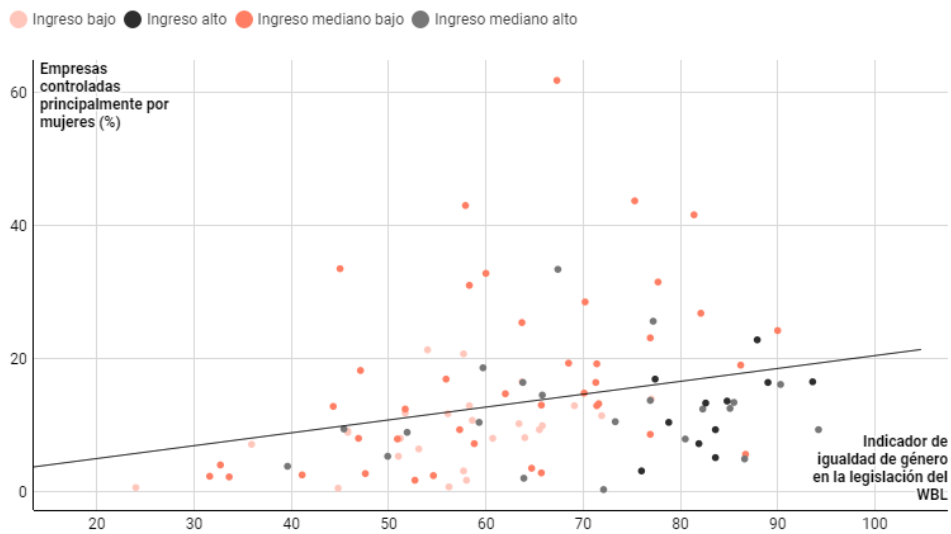
Santiago

- ¿En qué ciudad la mediana es un valor central con respecto a las demás temperaturas? ¿Por qué?
- ¿En qué ciudad el rango intercuartílico corresponde a la brecha de temperatura más grande? Explica tu procedimiento.
- ¿En qué ciudad el rango intercuartílico es central o simétrico respecto del diagrama de caja? ¿Cómo se interpreta esta simetría respecto de la información que se entrega?
- ¿En qué ciudad el primer quintil representa una temperatura baja con respecto a las temperaturas mínimas de la ciudad? ¿Por qué?
- ¿Cuál es la temperatura mínima promedio en cada ciudad? Haz una estimación y explica tu procedimiento.
- Hay poca variabilidad cuando la moda, la mediana y la media son valores similares. ¿En qué ciudad se da esa condición? ¿Por qué?

5. Resolver problemas describiendo representaciones de dos variables relacionadas

Observa la dispersión de los puntos de la variable “igualdad de género de la legislación del WBL” ( $y$ ) y la variable “porcentaje de empresas controladas principalmente por mujeres” ( $x$ ). Responde las preguntas y argumenta en cada caso.

### En las economías con menos igualdad legal de género, menos mujeres son dueñas de sus propias empresas



Fuente: Bases de datos del informe Mujer, Empresa y el Derecho, de las encuestas de empresas y de los Indicadores del desarrollo mundial.

- ¿De qué grupo de ingreso hay más valores atípicos en el gráfico? ¿Cómo se interpreta esto?
- Si el modelo es  $y = 0,111 \cdot x + 5$ , ¿cuál es el grupo de ingreso que tiene más puntos relacionados? ¿Cómo se interpreta esto?
- Dado el modelo anterior –el que más se acerca a la relación entre el indicador y el porcentaje de empresas–, si el porcentaje es 15, ¿cuál es el indicador de igualdad?
- Interpreten el punto (45; 10) de acuerdo con grupo de ingreso descrito por el Banco Mundial.

## PAUTA DE EVALUACIÓN

Criterios de evaluación	Niveles de logros		
	Completamente logrado	Se observa aspectos específicos que pueden mejorar	No logrado por ausencia o no se puede entender nada
Elaboran histogramas de frecuencias relativas y después marcan el polígono de frecuencia.			
Elaboran diagramas de cajas para comparar una misma información con diferentes representaciones.			
Identifican asimetrías en histogramas.			
Interpretan la información de histogramas asimétricos.			
Determinan la mediana para darle significado según el contexto.			
Determinan la cantidad de personas que tienen una cierta característica, utilizando los datos de un gráfico.			
Determinan la tendencia de los datos, proyectando y conjeturando hacia el futuro.			
Comparan información presentada en gráficos de caja e histogramas.			
Determinan medidas de dispersión para interpretar brechas entre las características de los datos.			
Determinan datos mínimos o máximos a partir de diferentes representaciones.			
Comparan la variabilidad de datos representados en diferentes gráficos.			
Identifican datos atípicos dentro de un gráfico de nube de puntos.			
Comparan la información entregada en un gráfico de nube de puntos con un modelo lineal.			
Interpretan un dato según el contexto y el modelo entregado.			