Actividad de evaluación

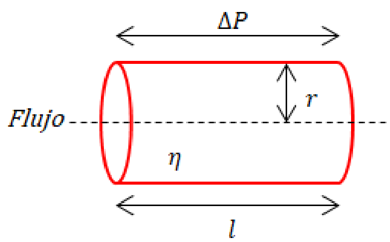
Objetivos de Aprendizaje	Indicadores de evaluación
OA 3. Construir modelos de situaciones o fenómenos de crecimiento, decrecimiento y periódicos que involucren funciones potencia de exponente entero y trigonométricas sen(x) y cos(x), de forma manuscrita, con uso de herramientas tecnológicas y promoviendo la búsqueda, selección, contrastación y verificación de información en ambientes digitales y redes sociales. **OA e**. Construir modelos realizando conexiones entre variables para predecir posibles escenarios de solución a un problema, y tomar decisiones fundamentadas. **OA f.** Evaluar modelos para estudiar un fenómeno, analizando críticamente las simplificaciones requeridas y considerando las limitaciones de aquellos.	• Interpretan información, utilizando modelos que involucran funciones potencia y trigonométricas para deducir resultados. • Varían parámetros de modelos existentes que involucran funciones potencia y trigonométricas para comparar resultados. • Describen modelos existentes que involucran funciones potencia y trigonométricas para relacionar partes y características de la situación. • Construyen modelos de situaciones que involucran funciones potencias y trigonométricas para inferir resultados en diferentes momentos. • Comparan modelos que involucran funciones potencia o trigonométricas con otros modelos que también describen la situación, para determinar fortalezas y debilidades de estos.

Duración: 3 horas pedagógicas

Se puede usar las siguientes actividades como ejemplos de evaluaciones para la unidad 3, cada una por sí misma o en conjunto. Se sugiere delimitar la evaluación según el contexto y el tiempo disponible.

LA LEY DE POISEUILLE

1. La ley de Poiseuille se utiliza para determinar el flujo (caudal o gasto) de un fluido viscoso que circula por una tubería de radio r y longitud l, bajo una diferencia de presión existente entre los extremos de la tubería. Dicha ley señala que:



$$Flujo = \frac{\Delta P \cdot \pi \cdot r^4}{8 \cdot \eta \cdot l} = \frac{\pi}{8 \cdot \eta} \cdot \Delta P \cdot \frac{r^4}{l}$$

Fig. 1: Tubería de radio r.

$Flujo$: Corresponde al flujo o caudal $\left(\frac{m^3}{s}\right)$.

ΔP: Diferencia de presión del fluido entre dos puntos de la tubería $\left(\frac{kg}{m \cdot s^2}\right)$.

r: Radio interior del tubo (m).

8: El factor que resulta de integrar la velocidad.

η: Viscosidad del fluido $\left(\frac{kg}{m \cdot s}\right)$.

l: Longitud entre dos puntos de la tubería (m).

a. ¿Cuál es la interdependencia entre las variables flujo y radio?
b. ¿Qué tan rápido crece la variable flujo cuando crece la variable radio?
c. ¿Conoces alguna función que responda a esta relación de crecimiento?

2. Considera cierto fluido que transita por un tubo de 1m de largo. La diferencia de presión en los extremos del tubo corresponde a $16\ 000\ \left(\frac{kg}{m \cdot s^2}\right)$ (lo que equivale a 120 mmHg). Además, se sabe que la viscosidad del fluido es de $0{,}096\ \left(\frac{kg}{m \cdot s}\right)$ y que el radio del tubo es 0,0001 (m).
   a. ¿Cuál es el flujo del fluido bajo estas condiciones?
   b. ¿Qué ocurre con el flujo si el radio del tubo aumenta al doble?
   c. ¿Qué ocurre si el radio del tubo aumenta al triple de la medida inicial?
   d. ¿Qué ocurre si el radio del tubo disminuye a la mitad?

3. Completa la tabla que muestra la relación entre el radio del tubo y el flujo del fluido, manteniendo constantes todos los demás valores.

a. Tabla 1: Relación entre el flujo de un fluido y el radio de la tubería por la que pasa.

$radio$								
$flujo$								

a. Grafica los puntos de la tabla anterior y describe la forma de la gráfica.
b. Relaciona la forma de la gráfica con otras funciones que conozcas.
c. Indica cuál es la diferencia con otras funciones que tienen relaciones de crecimiento similares.

LAS ARTERIAS

1. Las arterias cumplen un rol vital en nuestro organismo, por lo que es primordial que funcionen en óptimas condiciones. Una oclusión arterial implica que se reduce el radio arterial (en un tramo); puede ser leve o grave, dependiendo del porcentaje de obstrucción de la arteria, que puede llegar a cerca del 100% e impedir el flujo sanguíneo. ¿Qué consecuencias crees que puede traer a la salud una situación tan extrema?

Fig. 2: Flujo arterial.

Considerando la ley de Poiseuille para este caso, se tiene que la resistencia y el flujo vienen dados por los modelos:

$$R = k \cdot l \cdot r^{-4}$$
$$F = 16\,000 \left(\frac{kg}{m \cdot s^2}\right) \cdot k \cdot r^4$$

a. Explica qué representa cada término de la expresión anterior, simplificada. (Nota: la resistencia es proporcional al largo del tubo e inversamente proporcional a la cuarta potencia del radio).
b. ¿Cuál es la relación de interdependencia entre el flujo sanguíneo y el radio de la arteria?

2. Considera la Figura 3, que muestra distintos niveles de oclusión de una arteria. El porcentaje corresponde a la disminución del radio de la arteria.

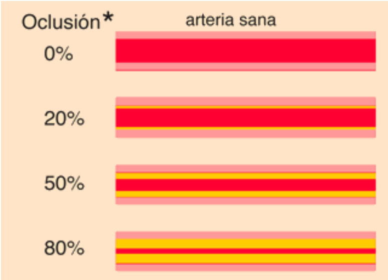


Fig. 3: Esquema de oclusión arterial creciente.
Extraído de https://www.curriculumnacional.cl/link/http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbasees/ppois2.html

a. Describe lo que entiendes de estas frases: Un porcentaje de oclusión de 20% implica que el radio de la arteria se redujo en un 20%. Esto significa que el nuevo radio de la arteria es 0,8 veces el valor inicial o 0,8r. Asimismo, cuando el porcentaje de oclusión es del 80%, la arteria tiene un radio 0,2 veces el valor original o 0,2r.
b. Completa la tabla con algunos valores del flujo sanguíneo a medida que aumenta el porcentaje de oclusión.

b.

c. Tabla 2: Relación entre el flujo sanguíneo y el radio de una arteria, con aumento de oclusión.

$\%\ Oclusión$	0%	20%	50%	80%
$radio$	r	$0{,}8\ r$		
$flujo$	$16\ 000\left(\frac{kg}{ms^2}\right)\cdot k\cdot r^4$	$16\ 000\left(\frac{kg}{ms^2}\right)\cdot k\cdot (0{,}8\ r)^4$		

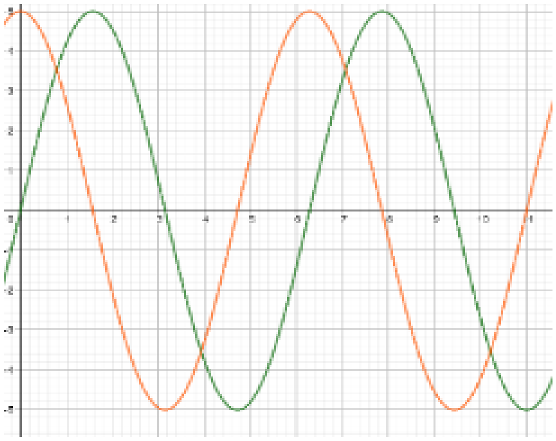
¿Cómo varía el flujo sanguíneo en función de la disminución porcentual del radio de la arteria?

FUNCIONAMIENTO MUSCULAR

1. Supón que se desea determinar el flujo sanguíneo en una arteria muscular y se sabe que $k = 0{,}41\ \left(\frac{s}{kg}\right)$.
   a. Reemplaza el valor de *k* en la tabla 2.
   b. Considera el radio de la arteria de 4 mm.
   c. Luego estudia cómo varía el flujo sanguíneo si la arteria se va ocluyendo porcentualmente, como en la tabla 2.
2. Grafica la relación entre el radio de la arteria muscular y el flujo sanguíneo a medida que aumenta la oclusión.
   a. Traza la línea que, a tu juicio, aproxime mejor la relación entre los puntos marcados.
   b. ¿Qué sentido podrías darles a todos los puntos sobre la línea marcada?
   c. ¿Es denso el conjunto solución que corresponde al dominio de la función?
   d. ¿Qué implica esto en la gráfica de la función?
3. Si el radio de la arteria disminuye a la mitad, ¿cuánto ha disminuido el flujo sanguíneo?
   a. Aproximadamente, ¿con qué reducción del radio de la arteria el flujo disminuye a cerca de la mitad?
   b. ¿Cuál dirías que es la diferencia entre una función entre variables con y sin contexto?
   c. ¿Cuándo podemos hablar de un modelamiento matemático?

COMPORTAMIENTO SINUSOIDAL

1. El siguiente sistema de coordenadas muestra los gráficos de dos funciones trigonométricas f y g (de color anaranjado y verde respectivamente).



d. Determina la ecuación de las funciones f y g. Ayúdate con la tabla y considera $y = 5 \cdot sen(x)$ con $x = \frac{2\pi}{T} \cdot t$; T es un tiempo cualquiera, pero fijo.

t	0	$\frac{T}{12}$	$\frac{T}{4}$	$\frac{T}{2}$	$\frac{7T}{12}$	$\frac{3T}{4}$	$\frac{11T}{12}$	T
x	0	$\frac{\pi}{6}$						
$y = 5 \cdot sen(x)$	0	2,5						

e. ¿Qué relación hay entre t = 0, t = $\frac{1}{4}T$, t = $\frac{1}{2}T$, t = $\frac{3}{4}T$ y t = T y un ciclo de la función g (color verde)?

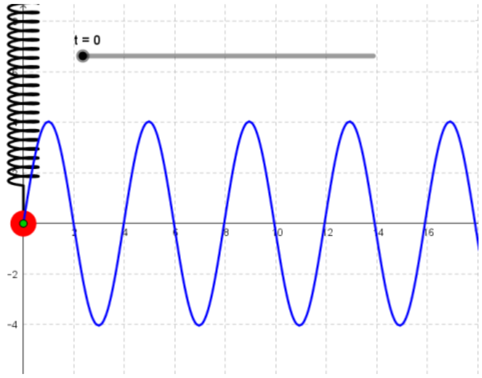
f. ¿Cuál es la amplitud de ambas funciones?

g. ¿Cuáles son las características en común de las gráficas f y g?

2. Compara los gráficos de f y g, mirando los vértices y los puntos de intersección con el eje OX.
   a. ¿Qué relación se puede observar entre ellos?
   b. Expresa la función f (color anaranjado) en términos de la función g (color verde).

EL RESORTE

1. Consideremos la oscilación armónica de un péndulo de resorte elástico[6] como se muestra en la figura siguiente. El eje OX representa la línea de equilibrio del sistema.



   a. Usa una función trigonométrica para elaborar la ecuación funcional de la oscilación del resorte que tiene una amplitud y_0 cualquiera.

   b. Considerando que las oscilaciones dependen del tiempo t, determina las elongaciones de un resorte de período de $T = 4$ (s) con amplitud de $y_0 = 4$ cm para los siguientes valores de t: $0, \frac{T}{4}, \frac{T}{2}, \frac{3T}{4}$ y T, con $x = \frac{2\pi}{T} \cdot t$.

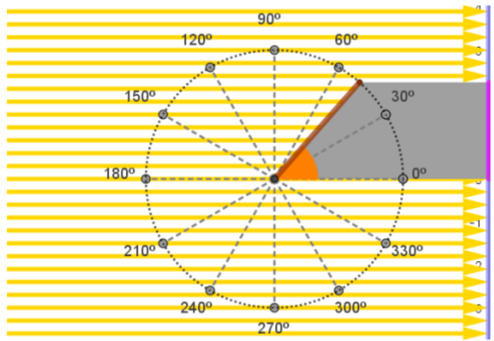
   c. Considera una oscilación armónica con los siguientes parámetros: la amplitud es la mitad y el período es el doble de los usados en la actividad b. Conjetura acerca del cambio que se produce en la forma del gráfico de la actividad b.

   d. Con herramientas digitales, elabora el gráfico con los parámetros de la actividad b. y verifica o rechaza las conjeturas que formulaste en c.

2. Observa la figura y según las posibilidades, elabora ya sea de forma manual o utilizando un programa computacional, el movimiento de una varilla gruesa alrededor de un círculo. Para esto necesitas una varilla de una unidad de largo, la cual se ve en la imagen de color café, esta debe estar fija en uno de sus extremos y que permita girarla en sentido antihorario. Requieres de una fuente de luz con rayos lumínicos paralelos en la dirección que indican las flechas amarillas (hacia la derecha) y durante la rotación de la varilla, esta proyecta su sombra (segmento rosado) a una pared (eje vertical azul), utiliza una linterna para ver el efecto del movimiento de la varilla reflejado en un plano cartesiano que se ubica al lado derecho del circulo. En esta representación, consideraremos el origen del sistema cartesiano ubicado a la altura del extremo fijo de la varilla.

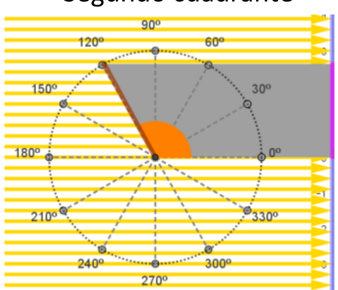
---

[6] Se denomina resorte elástico a un objeto que es capaz de almacenar energía y desprenderse de ella sin sufrir deformación permanente cuando cesan las fuerzas a las que es sometido (adaptado desde https://www.curriculumnacional.cl/link/https://es.wikipedia.org/wiki/Resorte).

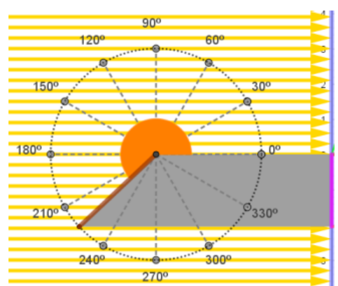


a. Cuando la varilla rota circularmente, proyecta una sombra en la pared azul. ¿Qué movimiento describe la sombra?
b. ¿Para cuáles ángulos el largo de la sombra proyectada es mínima, es máxima o tiene la mitad del largo de la varilla? Considera los ángulos que muestra en la figura.
c. Si consideramos que el extremo de la varilla realiza la rotación por los cuadrantes de ordenada negativa (3° y 4° cuadrantes), este valor se debe interpretar como la longitud de la sombra proyectada, pero en sentido contrario a la sombra proyectada en el primer y segundo cuadrantes.

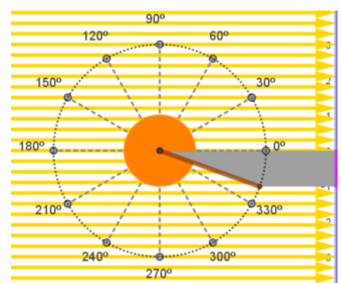
Segundo cuadrante



Tercer cuadrante



Cuarto cuadrante



d. Entonces, ¿qué función trigonométrica permite modelar todos los valores de la longitud de la sombra?
e. Si se considera el ángulo de rotación en radianes y se lo denota por x, elabora la expresión de la función $g(x)$ y grafica la función para $x \in [-2\pi, 4\pi]$, considerando el largo de la sombra l de la varilla proyectada en la pared con $l_0 = 1$.

PAUTA DE EVALUACIÓN

	Niveles de logros		
Criterios de evaluación	Completamente logrado	Se observa aspectos específicos que pueden mejorar	No logrado por ausencia o no se puede entender en absoluto
Describen las variables y constantes de un modelo.			
Completan tablas, valorando el modelo según parámetros dados.			
Ajustan dominio y recorrido según el contexto de la situación.			
Representan datos de una situación dada para ajustar y obtener un modelo aproximado.			
Varían las condiciones iniciales para predecir el comportamiento del modelo.			
Identifican funciones trigonométricas a partir de gráficos dados.			
Describen características de funciones trigonométricas, utilizando términos como ciclo, amplitud y frecuencia.			
Elaboran modelos, utilizando las funciones trigonométricas.			
Relacionan el movimiento circular y la sombra producida por una función trigonométrica.			