1º medio

Aprendo en línea

Orientaciones para el trabajo con el texto escolar

Clase 12

Matemática

Ministerio de Educación
Gobierno de Chile

UNIDAD DE CURRÍCULUM Y EVALUACIÓN UCE

Inicio

Las ultimas propiedades de las potencias que nos faltan por recordar, las veremos en esta clase.

Para resolver esta guía necesitarás tu libro y tu cuaderno de matemática. Realiza todas las actividades que te proponemos en tu cuaderno, agregando como título el número de la clase que estás desarrollando.

Desarrollo

¿Qué ocurre cuando una potencia de base racional está elevada a cero?

Conceptos

Una **potencia de base un número racional distinto de cero con exponente 0** es igual a 1.

Simbólicamente: Si $\frac{a}{b} \in \mathbb{Q} - \{0\}$, entonces $\left(\frac{a}{b}\right)^0 = 1$.

Analicemos el siguiente ejemplo:

Ejemplo 3

¿Cuál es el valor de $\left(-\frac{2}{7}\right)^0$? Justifica tu respuesta aplicando propiedades de potencias que tienen como base entera y exponente un número entero.

Usando directamente la propiedad, se tiene que: $\left(-\frac{2}{7}\right)^0 = 1$.

Otra manera es usar las propiedades de las potencias de base entera:

$\left(-\frac{2}{7}\right)^0 = \frac{(-2)^0}{7^0}$ → Aplicas la propiedad de la división de potencias de igual exponente.

$= \frac{1}{1} = 1$ → Aplicas la propiedad de la potencia de exponente 0 y base entera.

Respuesta: El valor de $\left(-\frac{2}{7}\right)^0$ es 1.

Actividad 1

De acuerdo con la propiedad anterior, calcula:

1) $\left(\frac{-4}{7}\right)^0 =$

2) $234^0 =$

¿Qué sucede si una potencia está elevada a un exponente?

Conceptos

La propiedad de la **potencia de una potencia** establece que:

Si $\frac{a}{b} \in \mathbb{Q} - \{0\}$ y $n, m \in \mathbb{Z}$, entonces:

$$\left[\left(\frac{a}{b}\right)^n\right]^m = \left(\frac{a}{b}\right)^{n \cdot m}$$

Analicemos el siguiente ejemplo:

Ejemplo 4

Explica por qué $(0,\overline{2}^{-3})^2 = 0,\overline{2}^{-6}$ y luego calcula su valor.

La propiedad se obtiene al multiplicar en forma reiterada cada potencia:

$(0,\overline{2}^{-3})^2 = 0,\overline{2}^{-3} \cdot 0,\overline{2}^{-3}$ → Desarrollas el exponente cuadrado.

$= \left(\frac{1}{0,\overline{2}}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{0,\overline{2}}\right)^3$ → Aplicas la propiedad de la potencia de exponente negativo.

$= \left(\frac{1}{0,\overline{2}}\right) \cdot \left(\frac{1}{0,\overline{2}}\right) \cdot \left(\frac{1}{0,\overline{2}}\right) \cdot \left(\frac{1}{0,\overline{2}}\right) \cdot \left(\frac{1}{0,\overline{2}}\right) \cdot \left(\frac{1}{0,\overline{2}}\right)$ → Desarrollas cada cubo.

$= \left(\frac{1}{0,\overline{2}}\right)^6$ → Escribes el producto como potencia.

$= 0,\overline{2}^{-6}$ → Aplicas la propiedad de la potencia de exponente negativo.

Para calcular el valor podemos, seguir estos pasos:

$(0,\overline{2}^{-3})^2 = 0,\overline{2}^{-3 \cdot 2} = 0,\overline{2}^{-6}$ → Aplicas la propiedad de la potencia de una potencia.

$= \left(\frac{2}{9}\right)^{-6}$ → Expresas el número decimal como una fracción.

$= \left(\frac{9}{2}\right)^{6}$ → Aplicas la propiedad de la potencia con exponente negativo.

$= \frac{9}{2} \cdot \frac{9}{2} \cdot \frac{9}{2} \cdot \frac{9}{2} \cdot \frac{9}{2} \cdot \frac{9}{2}$ → Desarrollas la potencia.

$= \frac{531\,441}{64}$ → Calculas el valor de la potencia.

Actividad 2

Aplica la propiedad anterior en los siguientes ejercicios:

1) $\left(\left(\frac{-2}{3}\right)^3\right)^5 =$

2) $\left(\left(\frac{1}{3}\right)^{-4}\right)^2 =$

Cierre

Evaluación de la clase

Marca con una X la letra de la alternativa correcta.

1 El resultado de $(-0,132)^0$, es:

A. 0

B. 1

C. $\frac{-132}{100}$

D. $\frac{132}{100}$

2 Al calcular $(0{,}2^{-2})^3$, se obtiene:

A. $\dfrac{1}{15\,625}$

B. 1

C. $\dfrac{-1}{15\,625}$

D. 15 625

3 Al desarrollar $\left(\left(\dfrac{1}{2}^{-3}\right)^0\right)^4$, nos queda como resultado:

A. 1

B. $\dfrac{1}{128}$

C. $\dfrac{1}{4\,096}$

D. 4 096

Revisa tus respuestas en el solucionario y luego revisa tu nivel de aprendizaje, ubicando la cantidad de respuestas correctas, en la siguiente tabla:

3 respuestas correctas:	Logrado.
2 respuestas correctas:	Medianamente logrado.
1 respuesta correcta:	Por lograr.

Completa el siguiente cuadro, en tu cuaderno:

Mi aprendizaje de la clase número _______ fue: ____________________________________.

1º medio

Texto escolar

Matemática

Unidad 1

A continuación, puedes utilizar las páginas del texto escolar correspondientes a la clase.

Conceptos

Si $\frac{a}{b} \in \mathbb{Q} - \{0\}$ y $n \in \mathbb{N}$, entonces: $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^{n}$.

Ejemplo 2

¿Cuál es el valor de $0,\overline{3}^{-3}$? Justifica tu respuesta aplicando propiedades de potencias de base entera y exponente entero.

Usando directamente la propiedad, se tiene: $0,\overline{3}^{-3} = \left(\frac{3}{9}\right)^{-3} = \left(\frac{9}{3}\right)^{3} = 3^3 = 27.$

Aplicando las propiedades de las potencias de base entera:

$0,\overline{3}^{-3} = \left(\frac{3}{9}\right)^{-3}$ → Expresas el número decimal periódico en fracción.

$= \frac{3^{-3}}{9^{-3}}$ → Aplicas la propiedad de la división de potencias de igual exponente.

$= 3^{-3} : 9^{-3}$ → Escribes como una división.

$= \frac{1}{3^3} : \frac{1}{9^3}$ → Aplicas la propiedad de la potencia con exponente negativo y base entera.

$= \frac{9^3}{3^3}$ → Calculas la división de fracciones.

$= \left(\frac{9}{3}\right)^3$ → Aplicas la propiedad de la división de potencias de igual exponente.

$= 3^3 = 27$

Respuesta: El valor de $0,\overline{3}^{-3}$ es 27.

Atención

Recuerda que para expresar un número decimal periódico en su forma fraccionaria, en el denominador se deben poner tantos nueves como cifras tenga el período, y en el numerador, el número con el período, sin considerar la coma decimal, menos el número formado por la parte entera. Luego, si es el caso, simplificas.

Por ejemplo:

$$0,\overline{3} = \frac{3-0}{9} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

$$1,\overline{21} = \frac{121-1}{99} = \frac{120}{99} = \frac{40}{33}$$

Para representar números decimales como una fracción, ¿qué otro procedimiento utilizarías?

Conceptos

Una **potencia de base un número racional distinto de cero con exponente 0** es igual a 1.

Simbólicamente: Si $\frac{a}{b} \in \mathbb{Q} - \{0\}$, entonces $\left(\frac{a}{b}\right)^{0} = 1$.

Ejemplo 3

¿Cuál es el valor de $\left(-\frac{2}{7}\right)^{0}$? Justifica tu respuesta aplicando propiedades de potencias que tienen como base entera y exponente un número entero.

Usando directamente la propiedad, se tiene que: $\left(-\frac{2}{7}\right)^{0} = 1.$

Otra manera es usar las propiedades de las potencias de base entera:

$\left(-\frac{2}{7}\right)^{0} = \frac{(-2)^0}{7^0}$ → Aplicas la propiedad de la división de potencias de igual exponente.

$= \frac{1}{1} = 1$ → Aplicas la propiedad de la potencia de exponente 0 y base entera.

Respuesta: El valor de $\left(-\frac{2}{7}\right)^{0}$ es 1.

Conceptos

La propiedad de la **potencia de una potencia** establece que:

Si $\frac{a}{b} \in \mathbb{Q} - \{0\}$ y $n, m \in \mathbb{Z}$, entonces:

$$\left[\left(\frac{a}{b}\right)^n\right]^m = \left(\frac{a}{b}\right)^{n \cdot m}$$

Ejemplo 4

Explica por qué $(0,\overline{2}^{-3})^2 = 0,\overline{2}^{-6}$ y luego calcula su valor.

La propiedad se obtiene al multiplicar en forma reiterada cada potencia:

$(0,\overline{2}^{-3})^2 = 0,\overline{2}^{-3} \cdot 0,\overline{2}^{-3}$ → Desarrollas el exponente cuadrado.

$= \left(\frac{1}{0,\overline{2}}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{0,\overline{2}}\right)^3$ → Aplicas la propiedad de la potencia de exponente negativo.

$= \left(\frac{1}{0,\overline{2}}\right) \cdot \left(\frac{1}{0,\overline{2}}\right) \cdot \left(\frac{1}{0,\overline{2}}\right) \cdot \left(\frac{1}{0,\overline{2}}\right) \cdot \left(\frac{1}{0,\overline{2}}\right) \cdot \left(\frac{1}{0,\overline{2}}\right)$ → Desarrollas cada cubo.

$= \left(\frac{1}{0,\overline{2}}\right)^6$ → Escribes el producto como potencia.

$= 0,\overline{2}^{-6}$ → Aplicas la propiedad de la potencia de exponente negativo.

Para calcular el valor podemos, seguir estos pasos:

$(0,\overline{2}^{-3})^2 = 0,\overline{2}^{-3 \cdot 2} = 0,\overline{2}^{-6}$ → Aplicas la propiedad de la potencia de una potencia.

$= \left(\frac{2}{9}\right)^{-6}$ → Expresas el número decimal como una fracción.

$= \left(\frac{9}{2}\right)^{6}$ → Aplicas la propiedad de la potencia con exponente negativo.

$= \frac{9}{2} \cdot \frac{9}{2} \cdot \frac{9}{2} \cdot \frac{9}{2} \cdot \frac{9}{2} \cdot \frac{9}{2}$ → Desarrollas la potencia.

$= \frac{531\,441}{64}$ → Calculas el valor de la potencia.

- ¿Por qué crees que, para calcular el valor, se expresó el número decimal periódico en su forma fraccionaria? Explica.
- ¿Siempre se cumple que $[(a^n)^m]^k = a^{n \cdot m \cdot k}$?, ¿qué condiciones deben cumplir a, m, n y k? Justifica tu respuesta y da un ejemplo.

Atención

Generalmente: $(a^n)^m \neq a^{n^m}$

Por ejemplo,

$$(2^3)^2 \neq 2^{3^2}$$

$$2^6 \neq 2^9$$

¿En qué casos crees que se cumple la igualdad?

Ejercicios

Resuelve en tu cuaderno las siguientes actividades de los contenidos y procedimientos que has estudiado.

1. Escribe cada potencia con exponente positivo.

a. $\left(\frac{3}{2}\right)^{-2}$ **b.** $\left(-0{,}4\overline{3}\right)^{-8}$ **c.** $\left(-\frac{10}{9}\right)^{-1}$

2. Calcula el valor de cada potencia.

a. $\left(\frac{2}{5}\right)^{0}$ **c.** $\left(-\frac{3}{8}\right)^{4}$ **e.** $0{,}03^2$

b. $\left(\frac{-1}{6}\right)^{3}$ **d.** $0{,}4^2$ **f.** $(-0{,}2)^2$

3. Remplaza en cada expresión $a = 3$, $b = 2$, $c = -2$, calcula y simplifica cada vez que sea necesario.

a. $\left(\frac{a}{b}\right)^{3} \cdot \left(\frac{9}{4}\right)^{c}$ **b.** $\frac{1}{b} + \left[\left(\frac{14}{a}\right)^{-c}\right]^{-1}$ **c.** $\left(\frac{2}{3}\right)^{b} - \left(\frac{3}{7}\right)^{c} + \frac{1}{a}$

4. Completa para que se cumpla cada igualdad.

a. $\left(-\frac{1}{3}\right)^{\square} : \left(-\frac{1}{3}\right)^{-3} = \left(-\frac{1}{3}\right)^{5}$ **b.** $\left[(0{,}125)^2\right]^{\square} = 8^8$ **c.** $\left(-\frac{7}{4}\right)^{-3} = \left(-\frac{4}{7}\right)^{\square}$

5. Observa el siguiente desarrollo de propiedades de las potencias presentado por dos alumnos de 1º medio.

Alejandro

Presenta el siguiente desarrollo: $\left(\frac{2}{3}\right)^{3} = \left(-\frac{2}{3}\right)^{-3}$

Beatriz

Presenta el siguiente desarrollo: $\left(\frac{2}{3}\right)^{3} = \left(\frac{3}{2}\right)^{-3}$

¿Quién tiene la razón? Justifica tu respuesta.

6. Comprueba que se cumplen las siguientes igualdades.

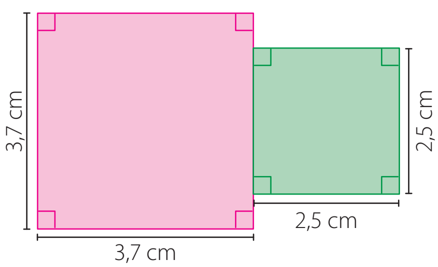
a. $\left[\left(\frac{2}{3}\right)^{0}\right]^{3} = 1$ **b.** $\left[\left(\frac{3}{4}\right)^{2}\right]^{3} = \left[\left(\frac{3}{4}\right)^{3}\right]^{2}$

7. Opera de forma separada en ambos lados de la desigualdad para demostrar que la potenciación no es distributiva respecto de la adición y la sustracción.

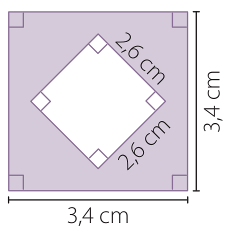
a. $\left(\frac{1}{3} + \frac{2}{5}\right)^{2} \neq \left(\frac{1}{3}\right)^{2} + \left(\frac{2}{5}\right)^{2}$ **b.** $\left(\frac{3}{4} - \frac{1}{4}\right)^{2} \neq \left(\frac{3}{4}\right)^{2} - \left(\frac{1}{4}\right)^{2}$

8. Geometría Calcula el área de la región sombreada en cada caso.

a.



b.



9. Resuelve el siguiente problema.

La profesora copió la siguiente información en la pizarra: El virus del sida mide aproximadamente $1{,}1 \cdot 10^{-5}$ cm y el de la influenza, $1 \cdot \left(\frac{1}{10}\right)^5$ cm aproximadamente. Ella pidió a sus estudiantes que determinen cuál de los dos virus tiene mayor tamaño. Si todos la resolvieron correctamente, ¿cuál fue la respuesta?

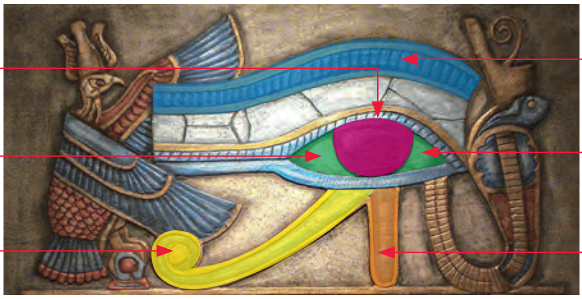
10. Junto con un compañero o una compañera realicen la siguiente actividad. Consideren el triángulo equilátero de Sierpinski de la página 44.

a. Si el perímetro de la figura inicial es a, ¿cuánto mide el perímetro de cada uno de los triángulos blancos de las figuras 0, 1 y 2?

b. ¿Cuánto mide el perímetro de cada uno de los triángulos blancos de la figura n?

11. Ciencias Sociales **Analiza la siguiente información y luego responde.**

Cuenta la historia que en una batalla egipcia el ojo de Horus fue seccionado en distintas partes, las cuales fueron denominadas "fracciones del ojo de Horus", como se muestra a continuación:



a. La fracción de la parte derecha de la pupila se relaciona con elevar a la cuarta la fracción de la parte izquierda de la pupila, ¿cuál es dicha fracción?

b. Si la ceja corresponde al valor de la potencia 2^{-3}, ¿a cuánto corresponde dicho valor?

c. ¿Cuál es la fracción de la parte inferior vertical bajo el ojo?

d. ¿Cuál de todas las fracciones es la menor? ¿A qué parte del ojo de Horus corresponde?

e. Si todas las fracciones del ojo de Horus se relacionan con la expresión $\left(\frac{1}{2}\right)^{-n}$, ¿qué valores podría tener n? Explica.

Ejercita lo estudiado
Cuaderno de ejercicios
Página 17

Reflexiona sobre tu trabajo

- Explica con tus palabras lo que entiendes por potencia con base racional y exponente entero.

____

- ¿Cómo mejorarías el trabajo grupal con tus compañeros?

____