

8° Básico

GUÍA DEL ESTUDIANTE

Representación de función lineal

Palabras clave

Función, Tabla, Relación funcional, Gráfica, Expresión funcional, Variable, Variable independiente, Variable dependiente, Entrada, Salida, Transformación, Cambio, Variación, Variación lineal.

Preguntas de inicio

- ¿De qué maneras se puede representar una función en matemática entre dos variables?
- ¿Cómo se puede cambiar la representación de una función en otra diferente?
- ¿Qué información es más visible o útil en cada representación de una función?

Presentación

En esta oportunidad estudiaremos la función lineal, la que expresa que una variable es directamente proporcional a otra. Su gráfica, veremos, es una recta que pasa por el origen de un sistema de coordenadas cartesianas.

Las nociones de variable y de función son utilizadas por casi todas las áreas del conocimiento, de la ciencia, de la técnica y en la mayoría de las profesiones. Y, de entre las funciones, la función lineal es uno de los modelos matemáticos más utilizados. La física, química, economía, para nombrar algunas, expresan, frecuentemente, sus descubrimientos usando el lenguaje de variables y funciones: “El alargamiento de un resorte es proporcional a la fuerza que lo genera”, “la distancia recorrida por un móvil con rapidez constante es proporcional al tiempo”, “el precio es proporcional a la cantidad de productos”, “la presión al interior de un líquido es función de la profundidad”. Una ecuación de alto impacto es $E = m \cdot c^2$, fue enunciada por Einstein, y dice que la cantidad de energía (E) es directamente proporcional a la masa (m) pues la velocidad de la luz (c) es constante, es decir, $\frac{E}{m} = c^2$.

En esta oportunidad, introduciremos las representaciones tabular, gráfica y algebraica de la función lineal, trabajando con la conversión entre estos tipos de representaciones.

Para la transformación del registro gráfico al algebraico, utilizaremos el recurso digital “Graficando Rectas Pendiente-Intersección”, que es parte del sitio de recursos de la Universidad de Colorado.

Para acceder al recurso **Graficando Rectas Pendiente-Intersección**, debes ingresar a la dirección https://phet.colorado.edu/sims/html/graphing-slope-intercept/latest/graphing-slope-intercept_es.html y a continuación escoger la opción **Pendiente-intersección con y**, como indica la imagen adjunta.



Puedes ver el Anexo al final de esta actividad para interiorizarte acerca de esta simulación.

Diferentes tipos de representación de la función lineal

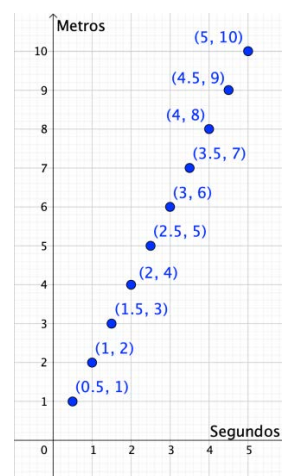
Las funciones tienen, al menos, tres formas de representarse: la tabular, la gráfica y la algebraica. Para ejemplificar estos tres tipos de representación, usaremos un ejemplo contextualizado que las relacione.

Un grupo de investigadores buscaba determinar la velocidad promedio de adolescentes caminando rápido.

En el estudio, se le llamó x a los segundos transcurridos e y a la distancia recorrida y se recopilaron los datos que se muestran en la tabla adjunta.

En el mismo estudio, uno de los investigadores buscó la existencia de tendencias o patrones. Como en la tabla no siempre se pueden apreciar, construyó el gráfico que se muestra junto a la tabla.

Segundos transcurridos x	Distancia recorrida y
0,5	1
1	2
1,5	3
2	4
2,5	5
3	6
3,5	7
4	8
4,5	9
5	10



Otro investigador se percató de que, como la distancia depende del tiempo transcurrido, consideró al tiempo x como la variable de entrada (o variable independiente) y a la distancia y como la variable de salida (o variable dependiente). También observó que ambas variables (tiempo y distancia) son continuas, por lo que es posible establecer una función lineal $y = 2x$ que las relacione.

En resumen, la relación entre la variable x “Segundos transcurridos” y la variable y “Distancia recorrida” tienen tres formas diferentes de representarse: la representación tabular, la representación gráfica y la representación algebraica.

¡Comencemos!

De la representación ALGEBRAICA a la TABULAR

Un automóvil que tiene un rendimiento de 12 km por litro mientras circula dentro de una ciudad. El fabricante define este rendimiento a través de la función $d = 12l$, donde d está medido en km y l está medida en litros.

1. En este contexto, ¿cuáles son las variables involucradas?
2. Según el contexto, ¿cuál de las variables es la independiente y cuál la dependiente?

3. Completa la tabla de valores adjunta utilizando la representación algebraica que se entrega en el enunciado.

Litros l	Distancia d
0	
1	
5	$12 \cdot 5 = 60$
10	
12	

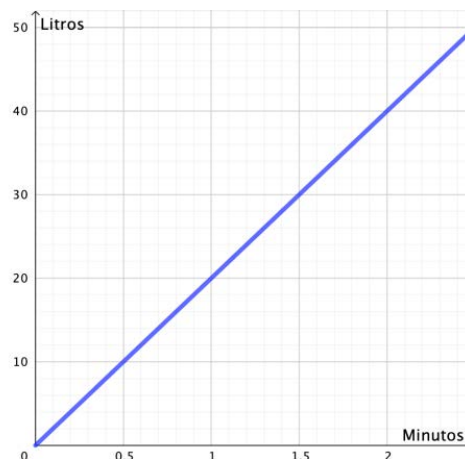
4. ¿Cuántos kilómetros puede recorrer el automóvil con tres litros de combustible?
5. Si el indicador de combustible del automóvil indica que quedan 6,5 litros, ¿cuántos kilómetros podrá recorrer el automóvil con esa cantidad de combustible?
6. Si el tanque del automóvil tiene una capacidad máxima de 50 litros, ¿cuántos kilómetros en ciudad podría recorrer con el estanque lleno?
7. Según el fabricante, el mismo automóvil, puede tener un rendimiento mayor cuando viaja en carretera. La función de rendimiento en este caso sería $d = 19,4l$. Si el automóvil parte en viaje con el estanque lleno, determina si podría llegar a una primera localidad ubicada a 800 km y luego a otra ubicada a 1100 km.



De la representación GRÁFICA a la ALGEBRAICA

Las bombas sumergibles de pozo profundo permiten extraer agua para consumo humano y para riego. Generalmente, este tipo de bombas están sumergidas en el pozo y poseen un motor eléctrico que le permite succionar agua a una razón constante medida en litros por minuto.

El gráfico adjunto muestra la relación funcional entre la cantidad de agua extraída y el tiempo que la bomba necesita para ello:

1. En este contexto, ¿cuáles son las variables involucradas?
2. Según el contexto, ¿cuál de las variables es la independiente y cuál la dependiente?



3. Abre el recurso digital “Graficando Rectas Pendiente-Intersección” y en él, moviendo los puntos de control  y , representa el mismo gráfico que se ve en el enunciado. A continuación, anota la representación algebraica de la función lineal que entrega el recurso digital.



4. Según el gráfico, ¿cuál es la razón constante a la que se succiona el agua?(Cantidad de litros por minuto)
5. Según la representación algebraica, ¿cuántos litros succiona la bomba si funciona cinco minutos?
6. Si se quieren succionar 200 litros de agua, ¿cuánto tiempo tardará la bomba en esto?
7. Si la bomba puede funcionar en dos períodos, uno de 2 horas y otro de 1,5 horas, ¿cuánta agua puede succionar en total?
8. Si se quiere llenar de agua un estanque vacío con capacidad para 4500 litros, ¿cuánto tiempo debería funcionar la bomba?

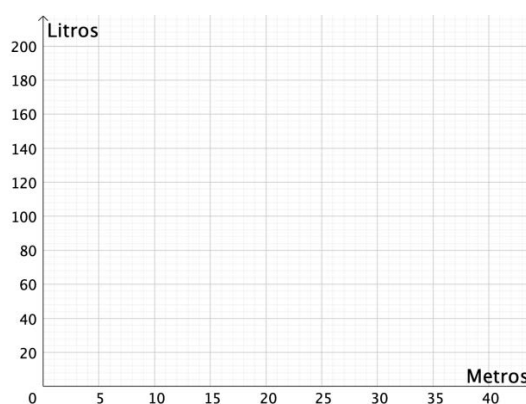
De la representación TABULAR a la GRÁFICA

En ocasiones, a causa del clima o de otras razones, se puede producir una invasión de algún tipo de plaga en algunas casas y la empresa “Corre que te pillo” ofrece fumigaciones a domicilio. Cuando se le contrata, el encargado debe determinar la cantidad de litros del líquido concentrado que usará, según la cantidad de metros cuadrados que necesite fumigar.

Metros cuadrados m	Litros l
10	2
20	4
50	10
100	20
200	40

La tabla adjunta muestra algunos de estos valores:

1. En este contexto, ¿cuáles son las variables involucradas?
2. Según el contexto, ¿cuál de las variables es la independiente y cuál la dependiente?
3. En el plano cartesiano adjunto y a partir de los datos de la tabla, construye un gráfico que represente la función lineal que permite determinar los litros de concentrado de fumigante según los metros cuadrados que se necesite fumigar.



4. Si se desean fumigar 30 metros cuadrados, según el gráfico, ¿cuántos litros de concentrado de fumigante se necesitarán?

5. Se ha contratado a la empresa fumigante para eliminar una primera plaga en una bodega de 40 metros cuadrados y una segunda en otra bodega de 16 metros cuadrados. Según el gráfico, ¿cuántos litros de concentrado de fumigante se necesitarán para este trabajo?
6. Cuando se le está agotando el concentrado de líquido fumigante, la empresa necesita reabastecerse. Mientras se realiza esto, en su propia bodega quedan 300 litros. ¿Cuántos metros cuadrados se pueden fumigar con esta cantidad de concentrado?
7. Si la empresa se reabastece y en su bodega almacena 5000 litros de concentrado fumigante, ¿cuántos metros cuadrados podrá fumigar con toda esa cantidad de concentrado?

Para cerrar

¿Qué hemos aprendido?

Una función tiene, por lo menos, tres formas de representarse: la tabular, la gráfica y la algebraica. Cada una de las tres tiene ventajas y desventajas con respecto de las otras dos, en cuanto a la información que permiten mostrar, la facilidad con que se puede responder algunas preguntas a partir de ellas y la manera que se obtienen a partir de otra representación.

Los problemas relacionados con las funciones vienen con diferentes maneras de representar dicho tipo de función. El aprender a transformar un tipo de representación en otra es parte de las habilidades necesarias para poder aprender lo que son las funciones lineales en este caso y las funciones matemáticas en general.

¿Podrías responder las preguntas con que iniciamos esta guía?

Sabiendo que una función tiene (al menos) tres formas de representarse (tabular, gráfica y algebraica), todas representan facetas del mismo concepto. Por esto, es posible escoger la que se considere conducente a la actividad deseada. Por esto es que toma valor la posibilidad de cambiar de una representación a otra.

Las diferentes representaciones de una función están presentes en diversos tipos de problemas en que las funciones son un modelo pertinente y la habilidad de transformar una transformación en otra facilitará la resolución e interpretación de la solución del respectivo problema.

¡Hasta la próxima!

ANEXO: Funciones básicas del recurso digital **Graficando Rectas Pendiente-Intersección**.

Dirección web: https://phet.colorado.edu/sims/html/graphing-slope-intercept/latest/graphing-slope-intercept_es.html.

The image shows the PhET simulation interface for 'Graphing Slope-Intercept'. It features a Cartesian coordinate system with a line graphed. The equation of the line is $y = \frac{2}{3}x + 1$. The interface includes several control panels:

- Panel 1 (Left):** The Cartesian coordinate system where the line is graphed. A red box highlights this area, with a red arrow labeled '1' pointing to it.
- Panel 2 (Top Right):** A control panel showing the equation $y = mx + b$ with sliders for m (set to 2) and b (set to 1). It includes buttons for 'Guardar Recta' and 'Borra Rectas'. A red box highlights this area, with a red arrow labeled '2' pointing to it.
- Panel 3 (Bottom Right):** A panel for support resources, including checkboxes for 'Pendiente' (checked), 'y = x', 'y = -x', and a grid (checked). A red box highlights this area, with a red arrow labeled '3' pointing to it.
- Panel 4 (Bottom):** Two coordinate viewers showing '(?, ?)'. A red box highlights these viewers, with a red arrow labeled '4' pointing to them.

- 1. Plano Cartesiano.** Lugar donde se puede manipular la grafica la función lineal del recurso. Los puntos (para el traslado vertical) y (para la inclinación) permiten controlar el aspecto de la gráfica. Notar que adosada a la gráfica se muestra la ecuación de la recta.
- 2. Ecuación de la recta.** Lugar donde se muestra la ecuación de la recta. Las flechas de color sobre y bajo los números permiten cambiar su valor y se corresponden con los colores de los puntos de control y . El botón guardar recta permite dejar una copia en gris de la recta que se esté graficando, manteniéndola cuando varían los controles de ésta. El botón permite cerrar este recuadro, ocultando la ecuación de la recta en este espacio y también la que se muestra junto a la recta.
- 3. Recursos de apoyo.** En este recuadro, se pueden mostrar u ocultar los siguientes elementos de apoyo: componentes horizontal y vertical de la pendiente, la recta $y = x$, la recta $y = -x$ y la cuadrícula del plano cartesiano.
- 4. Visor de coordenadas.** Estos dos objetos, al arrastrarlos, permiten ver las coordenadas del punto que indique la punta que sobresale de cada objeto.