

Actividad 2: ¿Cómo representar estadísticamente datos y fenómenos?

PROPÓSITO

Los estudiantes desarrollan una mayor comprensión acerca de cómo construir y usar diferentes representaciones gráficas al resolver problemas, y el tipo de preguntas que puede responderse a partir de tales representaciones, considerando sus posibilidades y restricciones. Además, ahondan en la manera en que dos o más representaciones se pueden complementar para ampliar la información y responder con mayor profundidad a las preguntas. Deben valorar y usar las herramientas tecnológicas para informarse, investigar y comunicarse con representaciones adecuadas.

Objetivos de Aprendizaje

OA 1. Argumentar y comunicar decisiones a partir del análisis crítico de información presente en histogramas, polígonos de frecuencia, frecuencia acumulada, diagramas de cajón y nube de puntos, incluyendo el uso de herramientas digitales.

OA c. Tomar decisiones fundamentadas en evidencia estadística y/o en la evaluación de resultados obtenidos a partir de un modelo probabilístico.

OA i. Buscar, seleccionar, manejar y producir información matemática/cuantitativa confiable a través de la web.

Actitudes

- Valorar las TIC como una oportunidad para informarse, investigar, socializar, comunicarse y participar como ciudadano.

Duración: 18 horas pedagógicas

DESARROLLO

CONSTRUCCIÓN DE HISTOGRAMA E INTERPRETACIÓN DE INFORMACIÓN

1. Como parte de las estadísticas vitales que el INE genera a través de los años, una de las informaciones que se encuentra disponible es el número de defunciones por tramo etario. Por ejemplo, en la siguiente tabla⁷ se muestra las defunciones por tramo de edad en 2017:

Tramo etario (años)	Número de fallecimientos
Menores de 1 año	1559
1 a 4	223
5 a 9	143
10 a 14	175
15 a 19	541
20 a 24	875
25 a 29	1050
30 a 34	1154
35 a 39	1346
40 a 44	1933
45 a 49	2753
50 a 54	4231
55 a 59	5829
60 a 64	7250
65 a 69	8858
70 a 74	11214
75 a 79	12842
80 a 84	14096
85 a 89	15456
90 a 94	9874
95 a 99	3970
100 o más años	972
TOTAL	106 344

Conexión interdisciplinaria:
Ciencias para la Ciudadanía
OA d, e, 3° y 4° medio.

⁷ Extraído del Instituto Nacional de Estadísticas de Chile, que estuvieron disponibles entre 2018 y 2019.

a. Completa la siguiente tabla con las frecuencias relativas porcentuales:

Tramo etario (años)	Número de fallecimientos	Frecuencia relativa	Frecuencia relativa porcentual (%)
Menores de 1 año	1559		
1 a 4	223		
5 a 9	143		
10 a 14	175		
15 a 19	541		
20 a 24	875		
25 a 29	1050		
30 a 34	1154		
35 a 39	1346		
40 a 44	1933		
45 a 49	2753		
50 a 54	4231		
55 a 59	5829		
60 a 64	7250		
65 a 69	8858		
70 a 74	11214		
75 a 79	12842		
80 a 84	14096		
85 a 89	15456		
90 a 94	9874		
95 a 99	3970		
100 o más años	972		
TOTAL	106 344	1	100

b. Utilizando la planilla de cálculo, construye el histograma del número de fallecimientos por tramo etario, según las frecuencias relativas porcentuales.

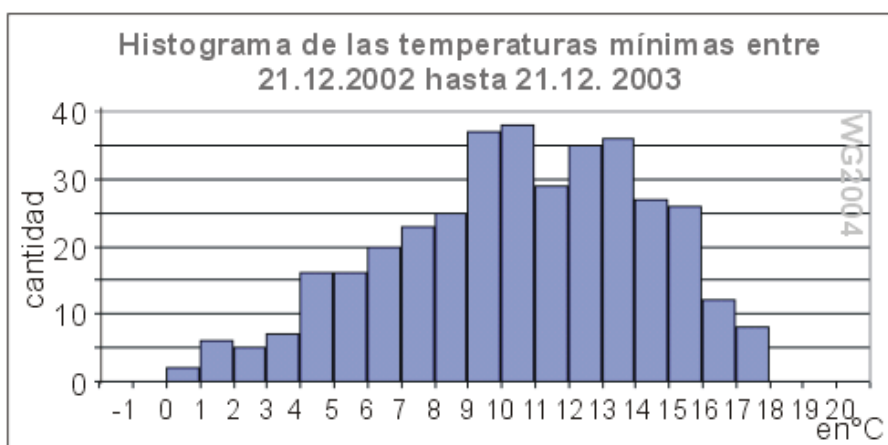
2. Interpreta la información y, en cada caso, argumenta tu respuesta.

- ¿Es la forma del gráfico concordante con la noción común que se tiene acerca de los fallecimientos de la población chilena según tramo etario?
- ¿En cuáles tramos etarios se acumulan la mayor y la menor cantidad de fallecidos? ¿Cómo puedes explicarlo?
- ¿Cuál es el tramo con mayor porcentaje de fallecimientos? ¿Cuál es el que tiene menor porcentaje? ¿Cómo puedes explicarlo?
- ¿Por qué tiende a disminuir la cantidad de fallecidos a partir de los 90 años? Aplica el concepto de “esperanza de vida” para argumentar.
- ¿Por qué el tramo “menores de 1 año” tiene un porcentaje mayor de fallecidos que los tramos de “1 a 4” o “5 a 9”? Intenta explicarlo desde la realidad de muchos bebés, incluso antes de salir del vientre materno.

3. Otras interpretaciones. En cada caso, argumenta tu respuesta.
 - a. Si la densidad se entiende como la razón entre la cantidad de fallecimientos del tramo y su longitud en años, ¿en qué tramo etario hay mayor “densidad” de fallecimientos?
 - b. ¿Corresponde la densidad al porcentaje de cada tramo?
 - c. ¿Tiene que ver lo anterior con el hecho de que los tramos tengan la misma longitud o ancho en años? ¿Qué pasaría si tuvieran diferente longitud o ancho?
 - d. ¿Cuál es la tendencia de fallecimientos, según la condición?
 - e. ¿Cuál es el porcentaje de fallecidos a partir de la edad en que se jubilan los hombres y las mujeres?
 - f. Si juntas tramos etarios consecutivos, ¿en qué rango de edad se podría acumular el 50% de los fallecimientos? ¿Existe una única forma de responder esta pregunta?

ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DESDE HISTOGRAMAS

El siguiente histograma presenta las temperaturas mínimas en una localidad de la Región de Atacama⁸, cerca de Copiapó, considerando una muestra de 365 días.

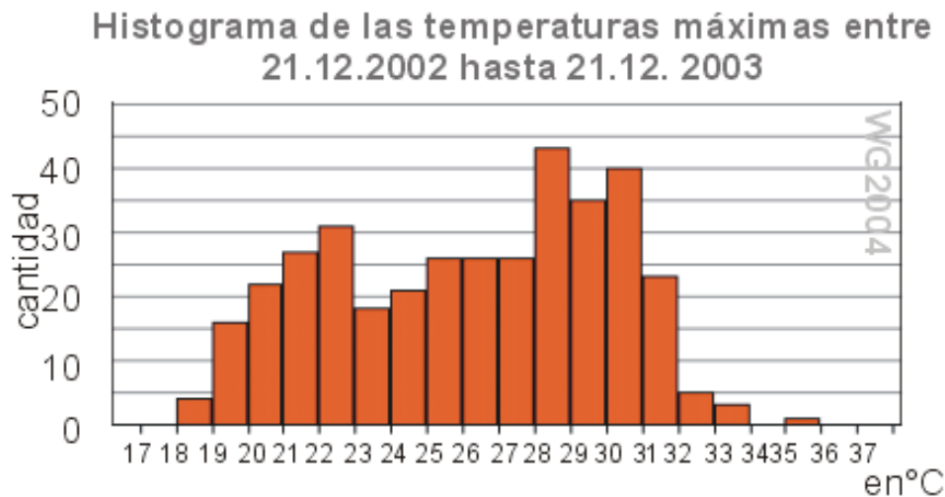


Conexión interdisciplinaria:
Ciencias para la Ciudadanía
OA d, e, 3° y 4° medio.

1. Interpreta la información y argumenta tu respuesta en cada caso.
 - a. ¿En qué intervalos se acumula la mayor cantidad de observaciones y en cuáles se concentra la menor cantidad? ¿Cómo podrías describir las temperaturas mínimas en la región?
 - b. ¿Cuál es el rango de temperaturas mínimas según el histograma?
 - c. ¿Qué porcentaje de días registraron una temperatura mínima de entre 9° C y 12° C?
2. Información que entrega un histograma. En cada caso, argumenta tu respuesta.
 - a. A partir del gráfico, ¿es posible determinar en qué meses ocurren las diferentes temperaturas mínimas? ¿Por qué?
 - b. ¿Podrías obtener una “temperatura mínima promedio”? ¿Cómo lo harías?
 - c. ¿Qué información se puede obtener desde el gráfico y cuál no? ¿Por qué?

⁸ <https://curriculumnacional.cl/link/https://www.geovirtual2.cl/Clima/2003-clima-01esp.htm>

Observa ahora el siguiente histograma con las temperaturas máximas en la misma localidad.

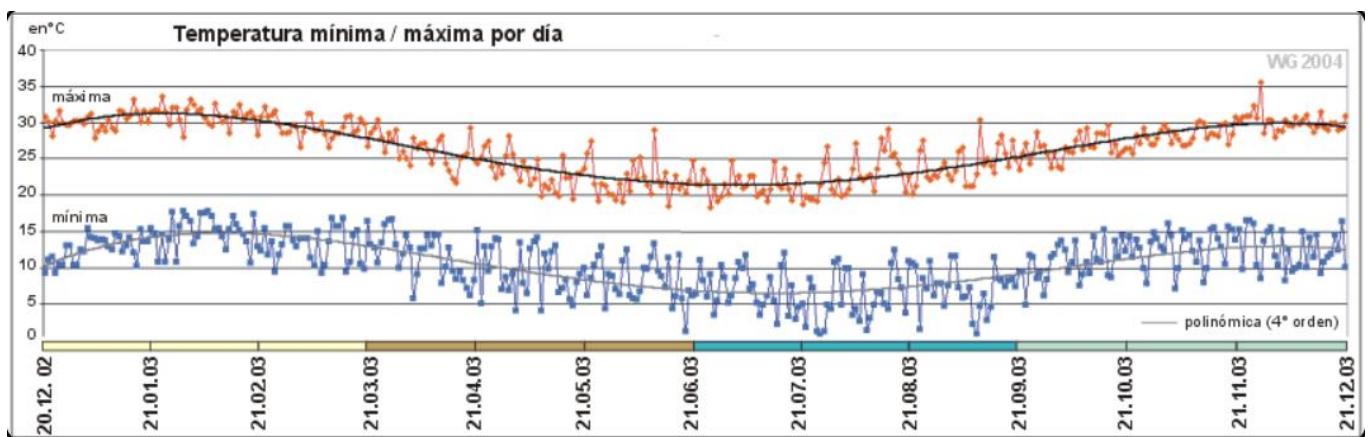


3. A partir del histograma anterior, construye un segundo histograma con la planilla de cálculo, pero esta vez según la frecuencia relativa porcentual. Utiliza la siguiente tabla como referencia:

Temperaturas máximas	Frecuencia	Frecuencia relativa	Frecuencia relativa porcentual
[17 - 18[0		
[18 - 19[4		
[19 - 20[16		
[20 - 21[22		
[21 - 22[27		
[22 - 23[31		
[23 - 24[17		
[24 - 25[21		
[25 - 26[26		
[26 - 27[26		
[27 - 28[26		
[28 - 29[42		
[29 - 30[35		
[30 - 31[40		
[31 - 32[23		
[32 - 33[5		
[33 - 34[3		
[34 - 35[0		
[35 - 36[1		
[36 - 37[0		
TOTAL	365		

4. Considerando ambos gráficos, responde las siguientes preguntas y argumenta en cada caso.
 - a. ¿Entre qué temperaturas se encuentra el máximo registro de observaciones?
 - b. ¿Entre qué temperaturas se encuentran el 25% y el 75% de los datos, respectivamente?
 - c. Aproximadamente, ¿cuál sería la mediana y la media aritmética de las temperaturas máximas o en qué intervalo se encontrarían?
 - d. ¿Son valores similares la mediana y la media? ¿Qué significa cada medida respecto de la información del histograma?
 - e. Analiza para qué preguntas te sirvió más un gráfico que otro. ¿Qué puedes concluir de esto?

5. Finalmente, observa el siguiente gráfico acerca de las temperaturas registradas en la localidad cercana a Copiapó.



- a. ¿Qué nueva información aporta este gráfico?
- b. ¿Corresponde al histograma anterior la información acerca de las temperaturas mínimas y máximas registradas? ¿Cómo lo explicarías?
- c. ¿Qué preguntas se podría responder a partir de esta información? Elabora, al menos, tres que se pueda responder con esta representación gráfica.
- d. Investiga y comparte las fuentes de información. Considerando la fecha en que se hicieron estos registros, ¿es la información entregada por los gráficos de temperatura semejante a lo que ocurre actualmente en Copiapó respecto de temperaturas mínimas y máximas dentro de un año? Considera el fenómeno de “cambio climático”.

COMPARACIÓN ENTRE PRUEBAS PAA Y PSU

1. La siguiente tabla muestra el puntaje de las pruebas obligatorias correspondiente al percentil 50 o mediana, tanto de la Prueba de Selección Universitaria (PSU) hasta 2019, como de la Prueba de Aptitud Académica desde el Proceso de Admisión 1988.

PRUEBA	AÑO	PERCENTIL 50
PAA	1988	569,5
PAA	1989	484,5
PAA	1990	493
PAA	1991	490,5
PAA	1992	510
PAA	1993	497
PAA	1994	495,5
PAA	1995	488
PAA	1996	488
PAA	1997	485
PAA	1998	485
PAA	1999	487
PAA	2000	487
PAA	2001	483,5
PAA	2002	484
PAA	2003	485
PSU	2004	494
PSU	2005	497
PSU	2006	496
PSU	2007	495
PSU	2008	496,5
PSU	2009	496
PSU	2010	495,5
PSU	2011	494,5
PSU	2012	495,5
PSU	2013	495,5
PSU	2014	495,5
PSU	2015	495,5
PSU	2016	493,5
PSU	2017	494
PSU	2018	498
PSU	2019	492

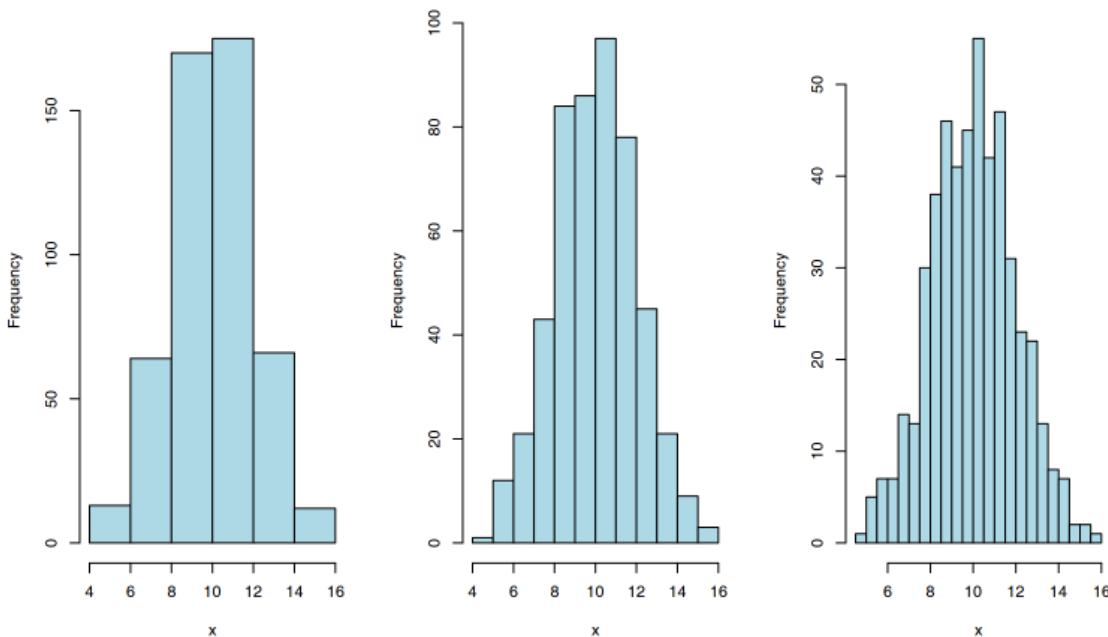
- Haz un gráfico de polígono de frecuencia de los años y los puntajes obtenidos.
- ¿Cómo podrías caracterizar la variación del percentil 50 o mediana de los puntajes obtenidos en la PAA y PSU a través de los años?

- c. ¿Cuál de las dos pruebas presenta una mayor variabilidad en sus puntajes? ¿Cómo se observa eso en el gráfico?
- d. ¿Cuál es el significado de comparar ambas pruebas a partir de la mediana o percentil 50? ¿Por qué la mediana y no la media aritmética? Argumenta y ejemplifica según lo que sucede con los valores extremos.

NÚMERO DE INTERVALOS EN UN HISTOGRAMAS

Se encuestó a una muestra de 2 154 camioneros del puerto de San Antonio, de la V Región de Chile, acerca de cuántas horas trabajó el día anterior a la encuesta. Los siguientes gráficos representan los datos obtenidos.

1. Para agrupar la variable estadística “horas de trabajo” o cualquier muestra, se puede usar el modelo que descubrió Herbert Sturges en 1926: si k es el número de intervalos y N el total de observaciones, entonces un adecuado número de intervalos es: $k = 1 + 3,3 \cdot \log N$.
2. En los gráficos, de izquierda a derecha, la cantidad de intervalos corresponde a 6, 12 y 23.

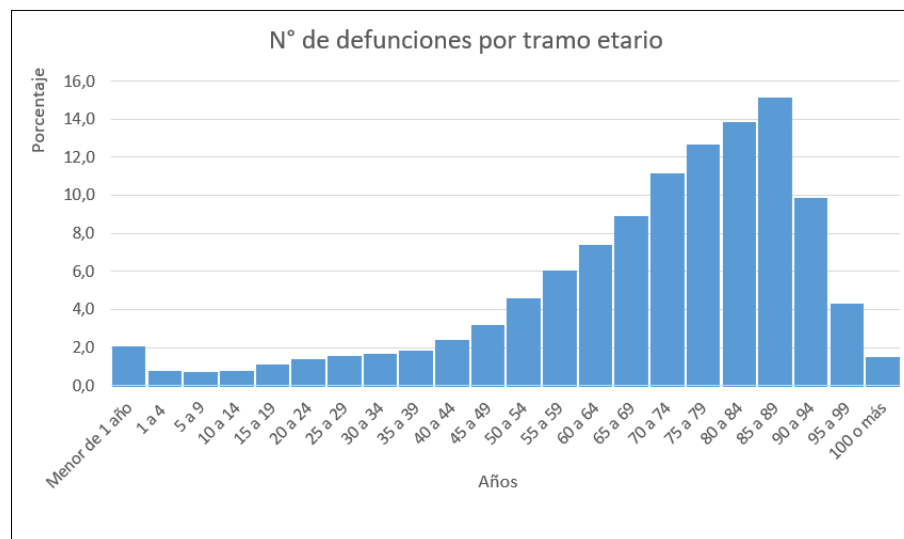


3. A partir de los gráficos, responde lo siguiente:
 - a. ¿Cuál de los gráficos aplica la regla de Sturges para generar los intervalos?
 - b. De las siguientes preguntas, ¿cuáles se pueden responder en uno o más gráficos? ¿Por qué?
 - i. ¿Cuántos trabajadores hicieron entre 11 y 12 horas de jornada?
 - ii. ¿Cuántos trabajadores hicieron entre 10 y 11,5 horas de jornada?
 - iii. ¿Cómo permite una mayor o menor cantidad de intervalos obtener más o menos información? Imagina, por ejemplo, que solo tuvieras 3 intervalos.
 - iv. ¿Cuántas horas trabaja la mayoría de los camioneros? ¿Cómo se responde esto desde los 3 gráficos?

4. Según el Código del Trabajo, se debe trabajar hasta 45 horas semanales, considerando jornada de lunes a viernes.
 - a. De la muestra obtenida, ¿qué sucede con aquellos trabajadores que el día anterior a la encuesta trabajaron entre 10 y 12 horas? ¿Cómo podrían organizar esa semana para cumplir con la ley?
 - b. Realiza el mismo análisis para aquellos trabajadores que laboraron entre 4 y 6 horas el día previo a la encuesta.
 - c. A partir de los gráficos, estima la media aritmética, mediana y moda. ¿Se parecen o son diferentes? Explica tu procedimiento y argumenta sobre qué significan estas medidas en el contexto de las horas de trabajo de los camioneros.

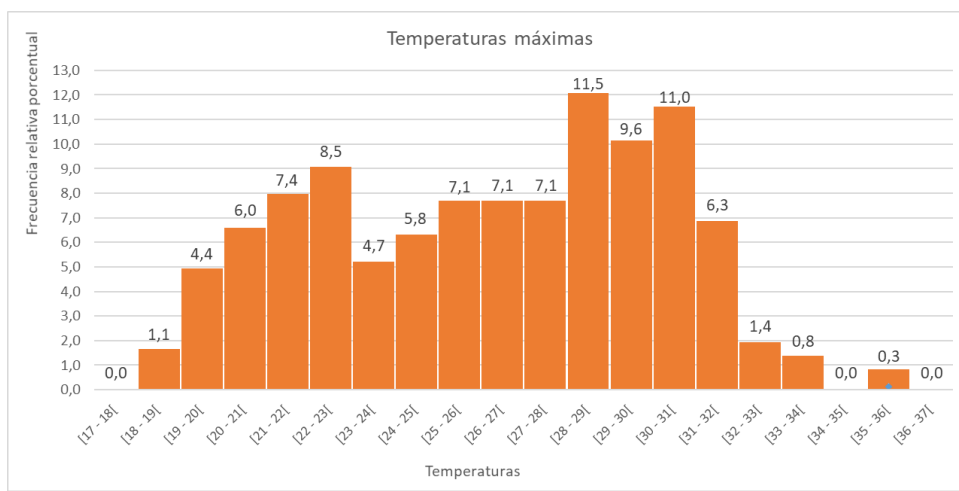
ORIENTACIONES PARA EL DOCENTE

1. Se sugiere que los estudiantes elaboren los gráficos con la planilla de cálculo para facilitar la construcción y, además, para que comprendan el potencial de esta herramienta digital en el análisis estadístico. Por ejemplo, en la actividad de las defunciones por tramo etario, el gráfico en la planilla de cálculo debería ser similar al siguiente:

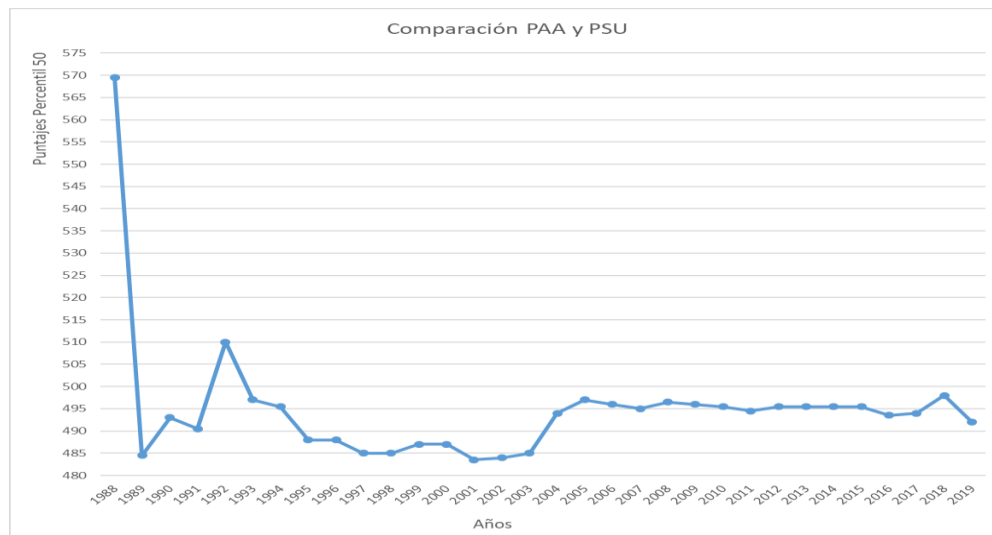


2. En los histogramas, se recomienda que identifiquen elementos básicos –como el valor máximo y mínimo– para determinar el rango o la amplitud de los intervalos utilizados.
3. En cuanto a la frecuencia relativa porcentual, conviene que construyan la tabla a partir de la frecuencia absoluta, luego obtengan la frecuencia relativa y finalmente el porcentaje. Estas operaciones se hacen rápido con la planilla de cálculo, pero deben estar conscientes de lo que entienden al hacerlo.

4. En cada situación, se sugiere que comiencen respondiendo preguntas sencillas y directas desde el gráfico, que después lo analicen más y finalmente amplíen las preguntas a otros contextos. Por ejemplo, en la primera actividad del “N° de fallecidos por tramo etario”, se parte por preguntas directas relacionadas con las mayores y menores frecuencias, luego con la percepción y expectativas para los diferentes tramos etarios y finalmente, conexiones con la “esperanza de vida”. Lo importante en cada caso es su respectiva argumentación.
5. Asimismo, los jóvenes podrían plantear preguntas que puedan responderse a partir de los gráficos representados, y discutir qué preguntas son pertinentes y cuáles no.
6. En la actividad de “temperaturas mínimas y máximas”, se recomienda que evalúen el significado y potencial de un histograma según las preguntas que se puede o no responder a partir de dicha representación gráfica. En la misma línea, se propone establecer diferencias entre usar un histograma con frecuencias absolutas o con frecuencias relativas porcentuales, acorde al tipo de preguntas que se quiere responder; por ejemplo, cuando se involucra a los cuartiles. El gráfico de frecuencias relativas porcentuales que se pide en la planilla de cálculo debería ser similar al siguiente:



7. También se recomienda que hagan comparaciones entre diferentes tipos de gráfico, según la información que entrega cada uno, pero también la manera en que se complementan; por ejemplo: entre histogramas y polígonos de frecuencia o gráficos de línea. Vale aquí discutir cuándo las representaciones permiten observar una “tendencia” de los datos. Por ejemplo, en la actividad de los puntajes de la PAA y PSU, la tendencia se muestra en el siguiente gráfico:



8. Conviene que comparen la información que entregan medidas como la media aritmética, la mediana y la moda y, sobre esa base, descubran, por ejemplo: por qué usar la mediana en lugar de la media aritmética, considerando la sensibilidad de esta última a los valores extremos; o cuándo se parecen entre sí las medidas de tendencia central en cuanto a su valor y qué significa eso.
9. Finalmente, puedan dialogar sobre qué implica usar más o menos intervalos en un histograma respecto del tipo de preguntas que se quiere responder, y cuándo se pierde o gana información en la representación. Aunque la regla y el modelo de Sturges permiten una “adecuada” cantidad de intervalos, el histograma finalmente debe construirse a partir de la información que se quiere entregar.
10. Se sugiere los siguientes indicadores para evaluar formativamente los aprendizajes:
- Representan información en histogramas, nube de puntos, diagrama de cajón, polígonos de frecuencia y de frecuencia acumulada, para interpretar información.
 - Elaboran histogramas, nube de puntos, polígonos de frecuencia, frecuencia acumulada y diagramas de cajón, en forma manual y con herramientas digitales.

RECURSOS Y SITIOS WEB

Sitios web sugeridos para estudiantes y profesores

- Detalla la regla de Sturges
<https://curriculumnacional.cl/link/https://www.lifeder.com/regla-sturges/>
- Datos médicos en Chile en diferentes gráficos
<https://curriculumnacional.cl/link/https://www.medwave.cl/link.cgi/Medwave/Series/MBEyEpi/5826>
- Gráficos para análisis de la Región de Atacama
<https://curriculumnacional.cl/link/https://www.geovirtual2.cl/Clima/2003-clima-01esp.htm>
- Estadísticas de la PSU y la PAA
<https://curriculumnacional.cl/link/https://psu.demre.cl/proceso-admision/factores-seleccion/percentil-50-procesos-admision-historicos>
- Estadísticas mundiales con histogramas y polígonos de frecuencia
<https://curriculumnacional.cl/link/https://www.ck12.org/book/CK-12-Conceptos-de-Matem%C3%A1ticas-de-la-Escuela-Secundaria-Grado-8-en-Espa%C3%B1ol/section/1.3/>