

## Actividad 1: Trasladar y rotar figuras 2D para generar figuras 3D

### PROPÓSITO

Los estudiantes reconocen y representan los cuerpos que surgen al trasladar o rotar figuras planas en el espacio, utilizando la imaginación y herramientas tecnológicas, y haciendo dibujos o esquemas manuales. Deben ser perseverantes y proactivos al buscar cómo hacer sus dibujos y presentar sus imágenes mentales de los cuerpos. Además, se espera que identifiquen los elementos geométricos necesarios para calcular áreas y volúmenes de los cuerpos generados.

### Objetivos de Aprendizaje

**OA 4.** Formular y verificar conjeturas acerca de la forma, área y volumen de figuras 3D generadas por rotación o traslación de figuras planas en el espacio, incluyendo el uso de herramientas tecnológicas digitales.

**OA a.** Construir y evaluar estrategias de manera colaborativa al resolver problemas no rutinarios.

**OA g.** Elaborar representaciones, tanto en forma manual como digital, y justificar cómo una misma información puede ser utilizada según el tipo de representación.

### Actitudes

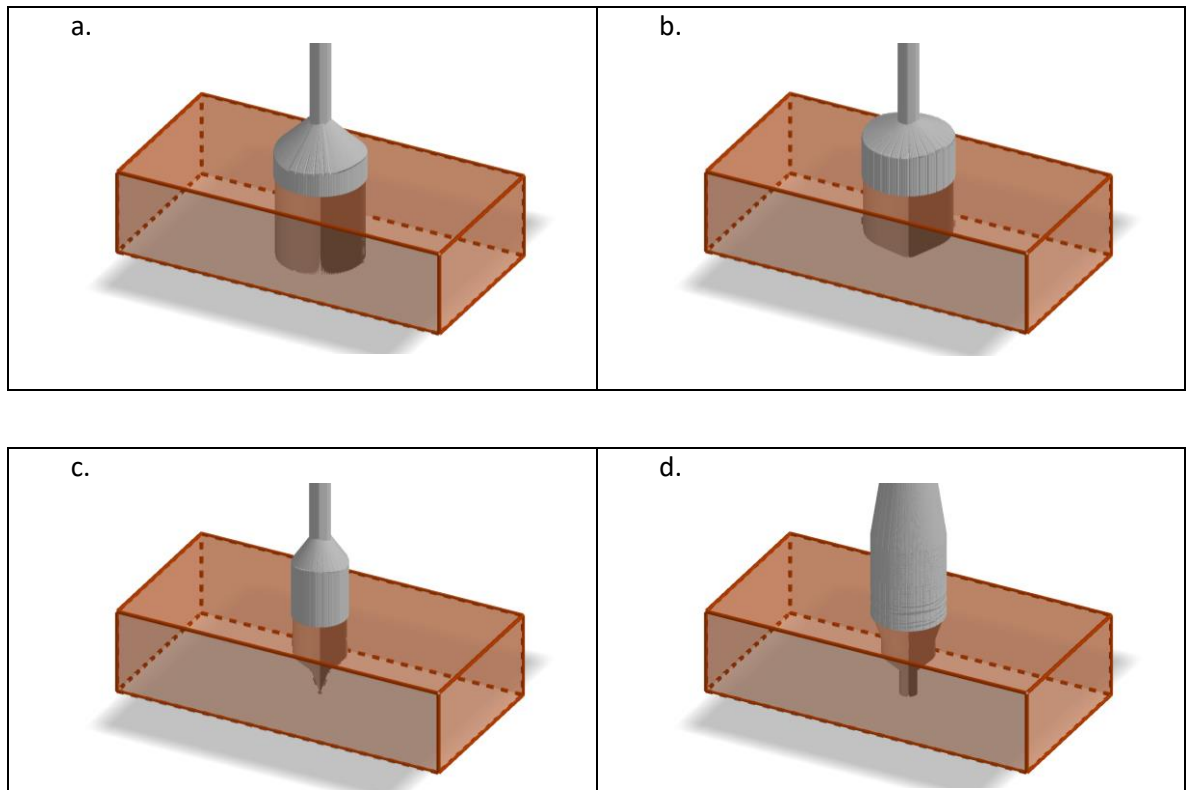
- Pensar con perseverancia y proactividad para encontrar soluciones innovadoras a los problemas.

**Duración:** 12 horas pedagógicas

**DESARROLLO****¿CUÁL ES LA TRANSFORMACIÓN?**

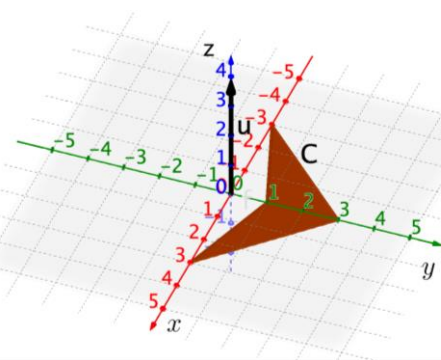
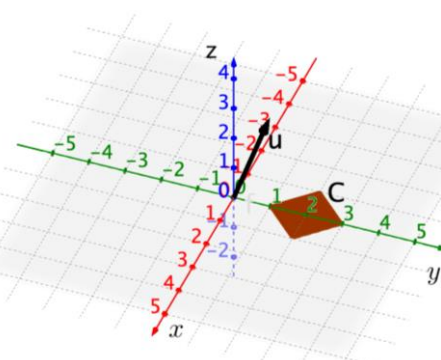
1. Se quiere hacer distintos agujeros en una madera. Para ello, se cuenta con un taladro, brocas planas para madera y la posibilidad de realizar deformación plástica por medio de la forja para la broca (cambiar la forma de las brocas según lo que se necesite).

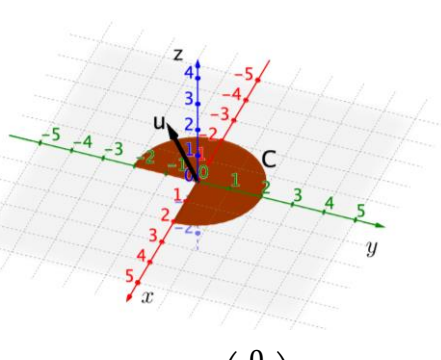
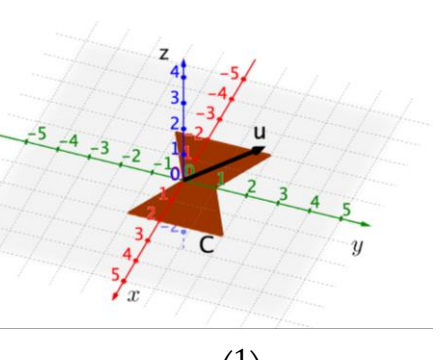
Dibuja la broca plana que se empleó para las siguientes situaciones.



- a. ¿Qué tipo de transformación usa la broca para realizar el agujero?
- b. Si la broca traspasara la madera, ¿qué figura resultaría?

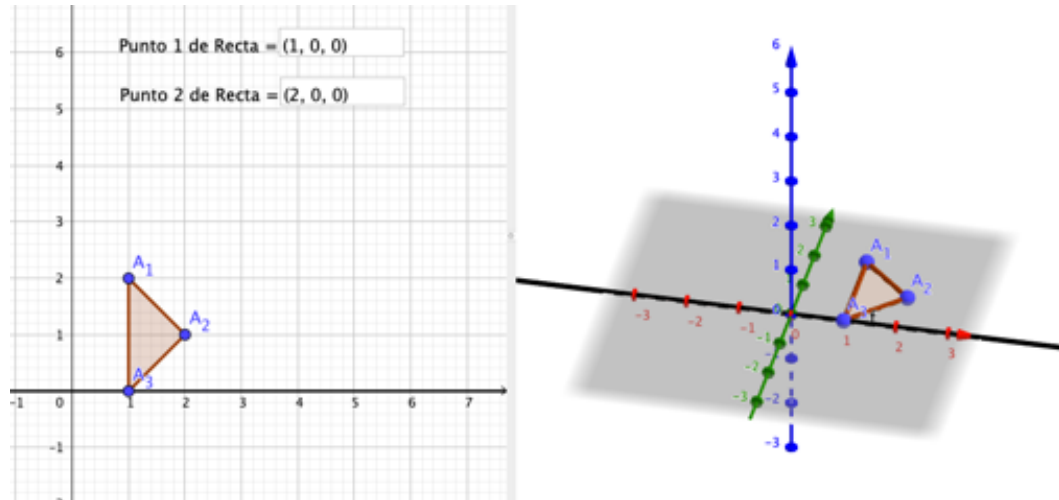
2. Se tiene la base, en dos dimensiones, de una figura que se generará por medio de una impresora 3D, que repetirá capa a capa la figura en 2D en una dirección específica. Dibuja el resultado del cuerpo, teniendo en cuenta el vector  $u$  y la figura plana  $C$ , y luego responde las preguntas.

<p>a.</p> 	<p>b.</p> 
$\vec{u} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$	$\vec{u} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$

<p>c.</p> 	<p>d.</p> 
$\vec{u} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$	$\vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$

- a. ¿Qué tipo de transformación utiliza esta impresora 3D? ¿Qué elemento geométrico es importante al imprimir en este contexto?
- b. Si se quisiera imprimir la figura b. sobre a., ¿mantendría el equilibrio si se saca de la base de impresión?

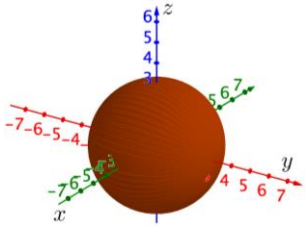
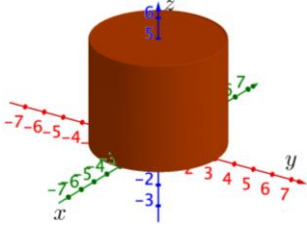
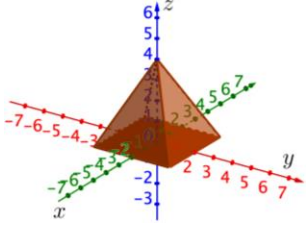
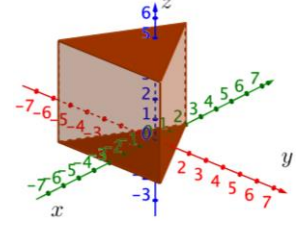
3. Se tiene un polígono formado por una cantidad definida de vértices (de 3 a 8) para generar un cuerpo por medio de rotación en torno a una recta  $L$ . Para hacerlo, aplica el recurso "RotacionPoligonoE3.ggb" que se muestra en la imagen.



- ¿Qué diferencia hace la cantidad de vértices de la figura 2D con respecto al cuerpo?
- ¿Se puede generar un cuerpo con capacidad (cuerpos que están huecos y pueden albergar en su interior otros cuerpos en una cantidad) por medio de rotación? ¿Cómo?
- Determina si las siguientes proposiciones son verdaderas o falsas:
  - Si un mismo polígono se rota en diferentes rectas, se obtiene el mismo cuerpo.
  - Si un mismo polígono se rota en diferentes rectas, las áreas de los cuerpos generados es la misma.
  - Si un mismo polígono se rota en diferentes rectas, los volúmenes de los cuerpos son el mismo.

Para las que son falsas, deber mostrar un ejemplo donde no se cumple la proposición; en tanto, tienes que explicar las verdaderas a partir de tus conocimientos de geometría.
- Si se rota un polígono en  $360^\circ$ , ¿qué condiciones debe cumplir otro polígono para generar el mismo cuerpo al rotarlo en  $180^\circ$ ?

4. Dados los siguientes cuerpos geométricos, identifica con una cruz cuáles se pueden generar por rotación, traslación, por ambos o por ninguno. Dibuja cuál es la figura plana que se emplea para formar el cuerpo en 3D, según corresponda, y luego responde las preguntas.

Cuerpo geométrico	Rotación	Traslación	2D Rotación	2D Traslación
				
				
				
				

- ¿Cuándo se puede asociar la transformación con rotación?
- ¿Cuándo se puede asociar la transformación con traslación?

## UNA CARPA DE CIRCO

1. Distribuyan las diferentes tareas según las habilidades de cada integrante. Se quiere modelar una maqueta de una carpa de circo, tanto de forma manual a escala como de forma digital.

Modo 1: Material concreto

- a. Base de plumavit
- b. Palos de maqueta o palos de brochetas
- c. Tela
- d. Pegamento

Modo 2: Applet ya construido

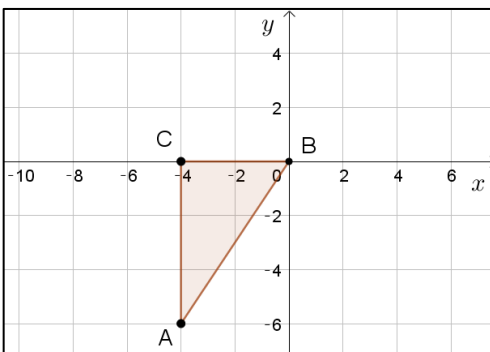
Modo 3: Applet para construir

Modo 4: Crear applet con un programa de geometría dinámica

2. Antes de comenzar discute con tu grupo sobre las siguientes preguntas:
  - a. ¿Qué cuerpos geométricos se debió tener en cuenta para construir la carpa?
  - b. ¿Qué figuras planas están relacionadas con los cuerpos geométricos utilizados?
  - c. A partir de las figuras planas, ¿qué transformaciones (rotación o traslación) se puede usar para generar el cuerpo geométrico?
  - d. ¿Se puede construir la carpa con un solo tipo de transformación y una sola figura plana?
  - e. ¿Se puede construir la carpa con dos tipos de transformaciones y dos figuras planas?
  - f. Si se necesita construir la maqueta con un diámetro de 30 cm y una altura de 20 cm, ¿se puede calcular la tela que se necesita en  $cm^2$ ? ¿Qué condiciones deben considerar para calcularla? Si la proporción es 1:2 entre las alturas de los dos cuerpos geométricos que forman la carpa, ¿cuánta tela habrá que usar?
  - g. Considerando las condiciones planteadas en f., calculen el volumen de la carpa.
3. Manos a la obra: construye tu maqueta e identifica los elementos clave que te permiten girar y hacer toda la carpa de circo. Previamente, calcula los gastos de material y verifica en la práctica todo lo planificado.

## EL EJE PARA PASAR AL 3D

Observar el triángulo de la figura:



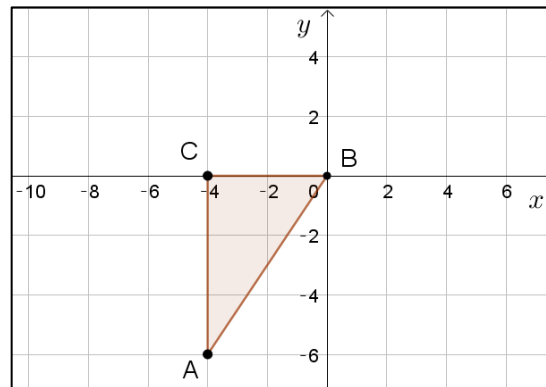
- Determina las coordenadas de los vértices del triángulo ABC y anota en el dibujo.
- Rota el triángulo en  $\overleftrightarrow{AB}$  y describe la figura tridimensional que se genera.
- Calcula el volumen del cuerpo geométrico generado.
- Calcula el área de la superficie del cuerpo.
- Se desea encerrar ese cuerpo en un cilindro de altura  $AB$  y radio entre el punto C y el segmento perpendicular a la recta  $AB$ . Calcula el volumen de dicho cilindro.
- Explica y argumenta: ¿cuál es el volumen del espacio que queda entre el cilindro y la figura inicial?

## EL COSTO DEL ÁREA

- Aplicar los conceptos de áreas y volúmenes de cuerpos geométricos para constatar que dos cuerpos pueden tener el mismo volumen, pero distinta área total, lo que implica un mayor costo de material para producir uno de ellos.
  - Calcula el área total de un cubo, cuyo volumen es  $64 \text{ cm}^3$ .
  - Calcula el área total de un paralelepípedo de medidas  $8 \text{ cm}$  de largo,  $2 \text{ cm}$  de ancho y  $4 \text{ cm}$  de alto.
  - Plantea una conjetura respecto del volumen de ambos cuerpos.
  - Formula una conjetura respecto del área total de ambos cuerpos.
  - Si se quiere revestir cada cuerpo con un material que cuesta  $\$7\,500$  los  $100 \text{ cm}^2$ , ¿dónde se gastará más dinero?

2. Aplicar los conceptos de área y volúmenes de cuerpos geométricos generados a partir de la rotación de una misma figura, pero con distintos ejes de rotación.

Observa el triángulo de la figura:



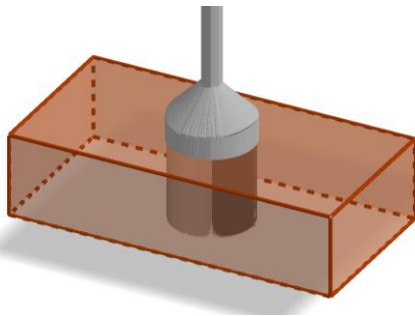
- Determina las coordenadas de los vértices del triángulo ABC y anótalos en el dibujo.
- Haz una conjetura sobre la forma que se obtendrá al rotar la figura respecto del eje  $x$ .
- Plantea una conjetura sobre la forma que se obtendrá al rotar la figura respecto de  $\overleftrightarrow{AC}$ .
- Calcula el área de la superficie y el volumen del cuerpo geométrico generado al rotar el triángulo en torno al eje  $x$ .
- Calcula el área de la superficie y el volumen del cuerpo geométrico generado al rotar el triángulo en torno a la  $\overleftrightarrow{AC}$ .
- Determina la razón entre el volumen del primer cono de rotación y el segundo.
- Argumenta sobre la veracidad o falsedad de la siguiente conjetura: "Los volúmenes de los conos obtenidos son iguales".



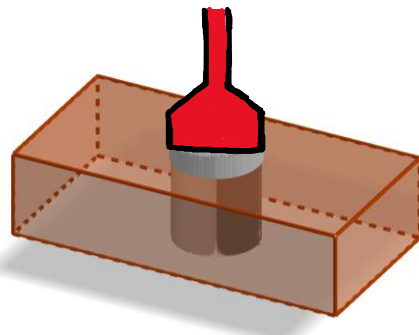
## ORIENTACIONES PARA EL DOCENTE

1. Se debe tener en cuenta que, en la primera actividad, se describe el movimiento de la broca funcionando con el taladro, por lo cual cada imagen muestra lo que resulta al llegar a la base de la madera. Las formas son el contorno de la figura original; por ejemplo, en el caso a):

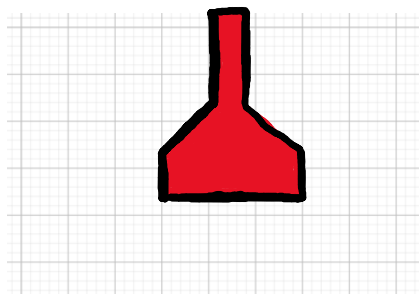
Figura 3D



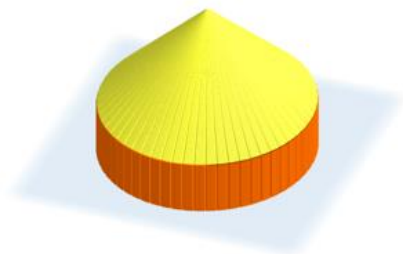
Dibujo de broca plana



Resultado



2. Considera modificaciones en el applet RotacionPoligonoE3.ggb, tales como variar el ángulo de rotación de la figura mediante un deslizador, cambiar los dos puntos que generan la recta L, modificar la posición de los vértices y finalmente variar la cantidad de vértices.
3. En la cuarta actividad, se sugiere que se mencione el ángulo de rotación en la esfera: si la rotación es de una semicircunferencia, éste debe ser en  $360^\circ$ ; en cambio, si es una circunferencia, el ángulo debe ser de  $180^\circ$ .
4. En la actividad de la carpa de circo, el modo 1 invita a los jóvenes a hacer una carpa por medio de una maqueta en la cual se pueda observar de forma concreta las figuras involucradas, como muestra la imagen:



5. Se puede considerar 4 figuras planas para construir la carpa: circunferencia, rectángulo, triángulo y trapecio rectángulo; es decir, lo pueden hacer mediante la rotación de un rectángulo y un triángulo rectángulo, la rotación de un trapecio rectángulo o la traslación de una circunferencia y luego, la rotación de un triángulo rectángulo. Se debe explicar a los estudiantes que no analicen solo una transformación, ya que hay 3 posibilidades.
6. Se sugiere invitarlos a conjeturar sobre qué ocurre con la variación de la altura de los cuerpos y cómo influyen estas medidas en el cálculo del área y el volumen de la carpa final.
7. Asociar conceptos como la rotación de una broca plana o la impresión 3D, se vincula directamente con los conceptos de rotación y traslación de figuras planas; la primera, generando un agujero en una madera y la segunda, construyendo una estructura a partir de filamentos.
8. Luego de dibujar la figura que surge al rotar el triángulo en la recta  $AB$ , el estudiante notará que debe encontrar la ecuación de la recta perpendicular a  $AB$  que pasa por el punto  $C$ . Así integrará conocimientos de años anteriores para calcular el radio y la altura de los dos conos, usando la distancia entre dos puntos y el punto de intersección de dos rectas (sistema de ecuaciones lineales).
9. Se sugiere los siguientes indicadores para evaluar formativamente los aprendizajes:
  - Representan figuras 3D generadas por rotación o traslación de figuras planas, en forma manual y con herramientas digitales.
  - Resuelven problemas que involucran calcular el área de figuras 3D generadas por traslación y rotación de figuras 2D.
  - Explican de forma visual los procedimientos para crear figuras 3D a partir de figuras 2D.

## RECURSOS Y SITIOS WEB

### *Sitios web sugeridos para estudiantes y profesores*

- Video: Descripción de la impresora 3D  
<https://www.curriculumnacional.cl/link/https://www.youtube.com/watch?v=C4HAJ5HLuB4>
- Video: Cuerpos generados por rotación y traslación  
<https://www.curriculumnacional.cl/link/https://www.youtube.com/watch?v=SJHEFsqvTHU>
- Recursos digitales propuestos para la actividad  
<https://www.curriculumnacional.cl/link/www.curriculumnacional.cl/OA3>.