

Actividad 4: Movimientos cíclicos y los modelos trigonométricos

PROPÓSITO

Los estudiantes modelan el movimiento cíclico de las mareas por medio de la función seno, bajo algunos supuestos de aproximación. Además, comparan y ajustan este modelo trigonométrico con un modelo tipo “diente de sierra”. Pueden pensar y probar sin restricciones, considerando que el error es una oportunidad para aprender y se puede mejorar, en este caso, variando la representación del modelo, ajustando según el contexto y utilizando las herramientas digitales que estén a su disposición.

Objetivos de Aprendizaje

OA 3. Construir modelos de situaciones o fenómenos de crecimiento, decrecimiento y periódicos que involucren funciones potencia de exponente entero y trigonométricas $\sin(x)$ y $\cos(x)$, de forma manuscrita, con uso de herramientas tecnológicas y promoviendo la búsqueda, selección, contrastación y verificación de información en ambientes digitales y redes sociales.

OA e. Construir modelos realizando conexiones entre variables para predecir posibles escenarios de solución a un problema, y tomar decisiones fundamentadas.

OA f. Evaluar modelos para estudiar un fenómeno, analizando críticamente las simplificaciones requeridas y considerando las limitaciones de aquellos.

Actitudes

- Pensar con conciencia, reconociendo que los errores ofrecen oportunidades para el aprendizaje.

Duración: 6 horas pedagógicas

DESARROLLO

LAS MAREAS

1. Lee con tu compañero el siguiente texto: “Las mareas tienen su origen en la fuerza universal de gravedad que ejercen cuerpos mutuamente entre ellos. Así, la Luna, en su recorrido alrededor de la Tierra, está ejerciendo una fuerza de gravedad a ella. Como el agua es un cuerpo líquido, el mar se deforma bajo la influencia de esta fuerza, generando una ‘barriga de agua’ que tiene su parte más alta en la posición más cercana a la Luna. En este lugar hay marea alta ‘pleamar’.

Conexión
interdisciplinaria:
**Ciencias para la
Ciudadanía**
OA d y f
3° y 4° medio



En la posición directamente opuesta, la más lejana de la Luna, también hay una 'barriga de agua'. Esta se origina porque las masas de agua en la parte opuesta de la Tierra, menos distantes de la Luna, están más atraídas por ella, dejando también una 'barriga de agua' relativa, que tiene una altura más baja (con una disminución de aproximadamente 7%). Mirando atentamente el dibujo esquemático, se nota que la 'barriga del agua' opuesta tiene menor altura que la 'barriga de agua' más cercana a la Luna.

- Anota 6 palabras que consideres las más importantes del texto.
 - Compártelas con tu compañero e indica por qué las elegiste.
 - Complementa tus palabras con las que eligió tu compañero y arma una frase.
2. Lee ahora el siguiente texto: "Debido a su rotación propia, la Tierra gira dentro de las dos barrigas, acercándose y alejándose de las barrigas de agua y causando marea baja y pleamar en el mar, lo cual se nota en las playas, islas y costas de continentes. Si la Luna tuviera una posición fija frente a la Tierra, el fenómeno de marea baja y marea alta se originaría dentro de 24 horas con el siguiente ritmo: empezando de bajamar a 00:00 horas, subiendo 6 horas hasta pleamar a las 06:00 horas, bajando por 6 horas a bajamar a las 12:00 horas, subiendo otra vez por 6 horas hasta pleamar (7% menor) a las 18:00 horas y finalmente bajando por 6 horas a baja mar a las 24:00 horas. Debido a la rotación de la Luna alrededor de la Tierra, en un período de marea baja-pleamar-marea baja de 12 horas, el próximo período de 12 horas empieza 23 minutos más tarde, siguiendo el ritmo de 12 horas, siempre con un retraso de 23 min. Las alturas de pleamar sobre la marea baja dependen del lugar geográfico y, sobre todo, de la forma de la costa. En desembocaduras de ríos al mar o en fiordos, la altura de la marea es más grande que en costas estrechas. Por ejemplo, en la costa de Limón (Costa Rica), las alturas están alrededor de 0,7m; en la bahía de Fundy (Canadá) alrededor de 15m y en Castro, las alturas oscilan alrededor de 5,80m".
- ¿De qué trata el texto? Piensa tu respuesta y habla con tu compañero.
 - ¿Qué ocurre con la marea?
 - Igual que en el caso anterior, selecciona las 6 palabras que te parezcan más importantes para describir el texto.
 - Forma con ellas una frase y compártela con tu compañero. Complementen sus respectivas frases.

- e. Prueben juntos hacer un primer modelo de la situación, utilizando conocimientos previos, como ordenar la información en tablas, hacer proyecciones para otras situaciones (dar valores para x , ver lo que ocurre con y), graficar y probar de generalizar con una función conocida.

3. Anoten los datos que consideran importantes sobre la Figura 1.

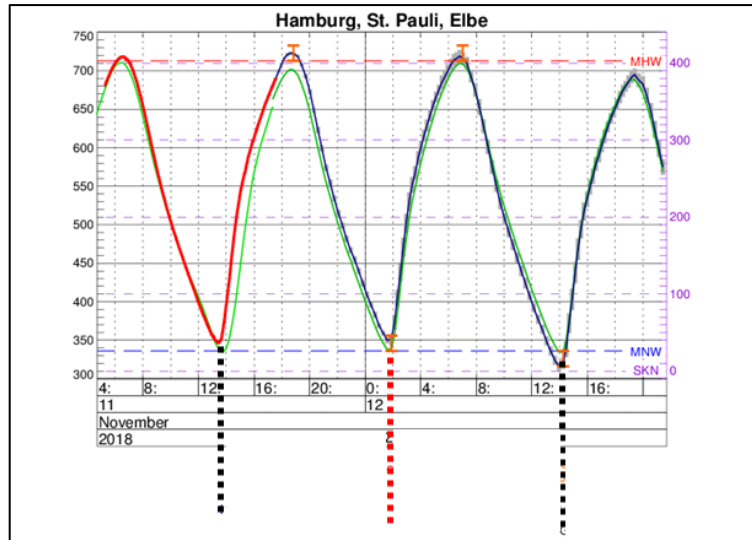


Figura 1.

- a. ¿De qué lugar es la información?
 - b. Averigua sobre qué son los datos: tiempo, altura de las olas, trayectoria de las olas u otro.
 - c. Describe el gráfico y sus componentes a tu compañero.
4. Anoten los datos que consideran importantes sobre la figura 2.

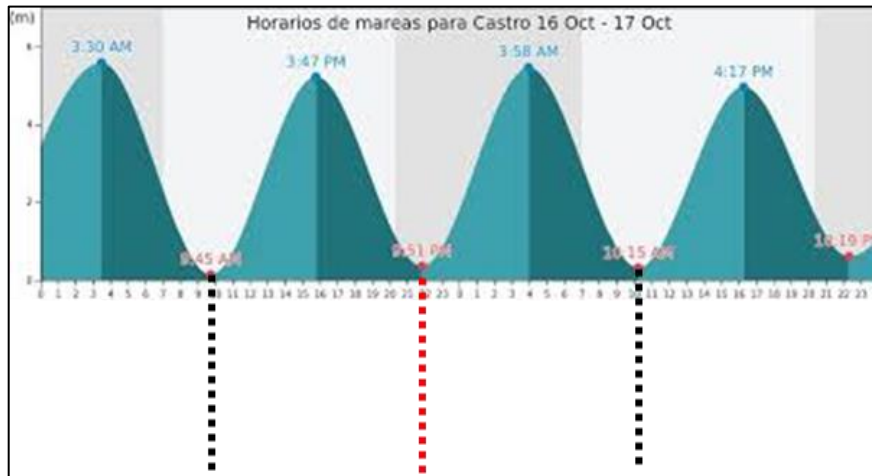


Figura 2.

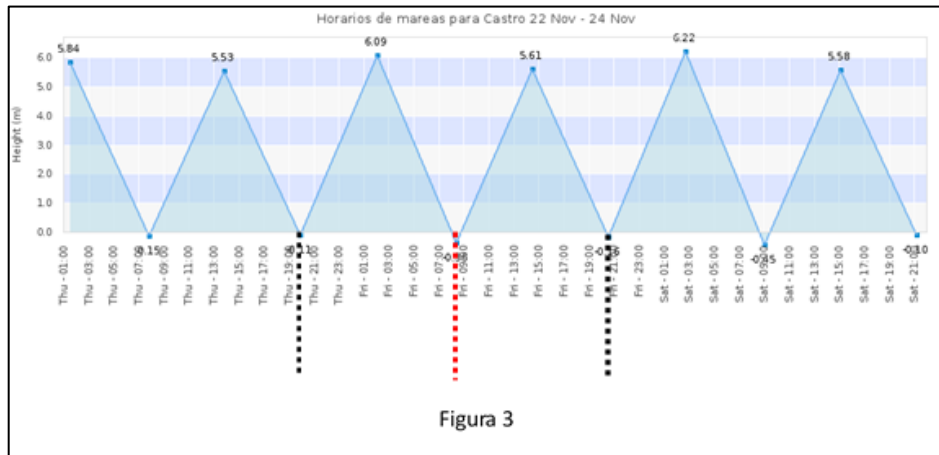
- a. ¿De qué lugar es la información?
- b. Averigua sobre qué son los datos: tiempo, altura de las olas, trayectoria de las olas u otro.
- c. Describe el gráfico y sus componentes a tu compañero.

5. Compara los modelos de las figuras 1 y 2.
 - a. ¿Qué informaciones del contexto coinciden con las representaciones gráficas y los datos en ambas figuras? Explica verbalmente a tu compañero.
 - b. ¿Qué formas aproximadas tienen las curvas que representan las mareas en las figuras 1 y 2, en el período de tiempo de 24h (marcado entre las líneas verticales punteadas de color negro)?
 - c. Considerando que las mareas con la amplitud de pleamar oscilan entre bajamar (nivel 0) y pleamar, ¿se puede modelar el fenómeno mediante una función de seno sobre el período de 24h? Argumenta con tu compañero sobre las posibilidades de modelar esta situación con la función seno.

6. En la figura 2 se muestra una marea de Castro con dos pleamares y dos bajamares. Las líneas punteadas marcan los períodos de aproximadamente 12 h.
 - a. Modelen el fenómeno según los datos de la figura 2, separándolo en dos períodos de 12 horas. Elaboren la tabla utilizando la función:

$$f(t) = a \cdot \text{sen}(k \cdot t)$$
 donde la variable a representa la amplitud del seno y la variable t representa el tiempo en horas.
 - b. ¿Qué ocurre si consideras el factor $k = \frac{\pi}{12h}$ en el argumento del seno? Utiliza alguna herramienta digital para responder.
 - c. Con los datos aproximados de la tabla, elabora la ecuación de la marea utilizando la función del seno sobre el período de las primeras 12h ($t = 3, 4, 6, 8, 12$ h).
 - d. Con los datos aproximados de la tabla, elabora la ecuación de la marea utilizando la función del seno sobre el período de las segundas 12h ($t = 3, 4, 6, 8, 12$ h).

7. La figura 3 representa otro modelo con el cual se puede modelar aproximadamente las mareas en Castro mediante el gráfico “sierra dentada”. Determinan mediante este gráfico el nivel de la marea para las 23:00, 01:00, 02:00 y 07:00 horas, empezando con la primera línea punteada.



- a. Contrasta los niveles de la marea con el modelo con la función seno elaborado anteriormente.

- b. Considera la pleamar de 6,09m y determina el nivel de la marea para las horas correspondientes.
8. Utilizando el modelo del seno para las mareas de $f(t) = a \cdot \text{sen}\left(\frac{\pi}{12h} \cdot t\right)$, ¿cómo se puede incorporar algebraicamente en el modelo el retraso de aproximadamente 20min en cada período de 12h?

ORIENTACIONES PARA EL DOCENTE

- En las actividades asociadas a las mareas y las figuras 1 y 2, no se considera el retraso de pleamar de 23 minutos que ocurre cada 12 horas; en el modelo asociado a la figura 3 sí se considera ese retraso. Se sugiere pedir a los estudiantes más avanzados que incorporen el hecho de que siempre ocurre un retraso de 23 minutos hasta la próxima pleamar y que comparen con el modelo dado en la figura 3. Deben darse cuenta de que se requiere suposiciones y simplificaciones en los modelos que describen el fenómeno de las mareas y que se puede ajustar los modelos según estas suposiciones.
- La ocurrencia de las mareas es un fenómeno periódico. Con las funciones del seno o del coseno, los alumnos conocen por primera vez una función que puede modelar fenómenos periódicos, que se articulan con oscilaciones u ondas armónicas. No todos los fenómenos periódicos son modelables con estas funciones trigonométricas. La “naturaleza matemática” de la función del seno o del coseno tiene la propiedad de que sus valores “oscilan” alrededor del valor “0” (“nivel 0”) y toman simétricamente valores positivos y negativos.
- Se sugiere incluir otras zonas costeras de Chile; por ejemplo, San Antonio. El gráfico muestra el cambio de las mareas en un día completo.

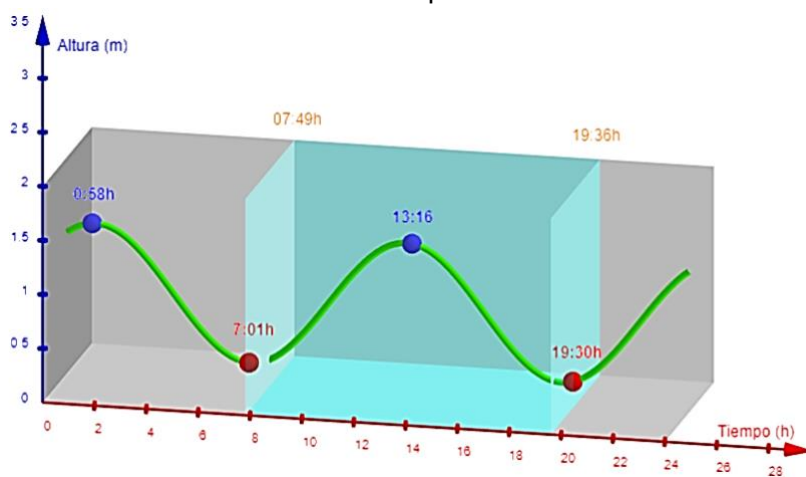


Fig. 2: Gráfico de mareas en un día en San Antonio,

Se puede describir este modelo gráfico mediante la expresión algebraica aproximada $h(t) = 0,6 \text{sen}\left(\frac{\pi}{6}t + 1\right) + 0,8$, donde $h(t)$ se expresa en metros. Los jóvenes pueden comparar con los modelos anteriores y evaluar la pertinencia de los diferentes modelos según el contexto y lo que quieren expresar.

4. En el fenómeno de las mareas, las alturas del mar oscilan sobre el “nivel 0” y toman solamente valores positivos hasta “pleamar” para bajar después al “nivel 0” (“mares baja”). Debido a esto, en vez de 24 horas, se considera dos semiperíodos de aproximadamente 12h, lo que se puede modelar con el seno “positivo”. Además, se debe respetar que la segunda pleamar tiene una altura que está 7% debajo la primera.
5. Se sugiere los siguientes indicadores para evaluar formativamente los aprendizajes:
 - Interpretan información, utilizando modelos que involucran funciones potencia y trigonométricas para deducir resultados.
 - Comparan modelos que involucran funciones potencia o trigonométricas con otros modelos que también describen la situación, para determinar sus fortalezas y debilidades.
 - Varían parámetros de modelos existentes que involucran funciones potencia y trigonométricas para comparar resultados.

RECURSOS Y SITIOS WEB

Sitios web sugeridos para estudiantes y profesores:

- SHOA Pronóstico de mareas
<https://www.curriculumnacional.cl/link/http://www.shoa.cl/php/mareas.php>
- Tabla para las mareas
<https://www.curriculumnacional.cl/link/https://tablademareas.com/cl>
- Applet seno Geogebra
<https://www.curriculumnacional.cl/link/https://www.youtube.com/watch?v=SCIkI3ZijGc>
- Estudio teórico inicial
<https://www.curriculumnacional.cl/link/https://www.zweigmedia.com/MundoReal/trig/trig1.html>